



Laboratoires d'accueil : Interactions et Dynamique des Environnements de Surface (IDES) , Bâtiment 509 Université Paris-Sud 11.  
L2S, Supélec, 3 rue Joliot Curie, Gif-sur-Yvette 91152.



## Rapport de Stage

4 Avril 2011 – 29 Juillet 2011

# Traitement des données spectrales de l'instrument *Planetary Fourier Spectrometer* de la sonde *Mars Express*

Tuteurs : Frédéric Schmidt (IDES), Nicolas Gac (L2S) et Ali Mohammad-Djafari (L2S)

## Remerciements

Je souhaite remercier dans un premier temps, toute l'équipe de recherche du laboratoire IDES pour m'avoir accueilli et donné l'opportunité de découvrir le travail effectué dans ce laboratoire.

Je tiens à remercier tout particulièrement Mr Schmidt, Maître de Conférence à l'Université Paris-Sud et chercheur à l'IDES, pour son accueil et la confiance qu'il m'a accordé dès mon arrivée dans le laboratoire ainsi que le temps qu'il m'a consacré et les conseils apportés tout au long de ces 4 mois de stage.

Mr Gac, Maître de Conférence à l'IUT de Cachan (Université Paris-Sud) et chercheur à Supélec au laboratoire des signaux et systèmes, pour sa disponibilité, ses conseils et sa connaissance sur les méthodes numériques utilisées tout au long de ce stage.

Mr Djafari, Directeur de recherche au CNRS qui s'intéresse à tous les aspects du traitement statistique de l'information, pour l'apport de sa longue expérience dans ce domaine, ses recommandations et la voie à suivre dans le déroulement de ce stage.

### Présentation du laboratoire IDES

Le laboratoire Interaction et Dynamique des Environnements de Surface (IDES) est une unité mixte de recherche de l'Université Paris-Sud (UPS) et du Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) créée en 2004.

Elle est structurée en 5 équipes scientifiques et 2 thèmes transversaux. Au CNRS, IDES dépend principalement de l'Institut des Sciences de l'Univers (INSU), avec un rattachement secondaire à l'Institut Ecologie et Environnement (INEE). A l'Université, IDES dépend de l'UFR des Sciences et est membre du Département des Sciences de la Terre, dont il est la seule composante.

Le laboratoire est composé de 63 permanents (chercheurs, ingénieurs et techniciens) et environ 45 non permanents (doctorants, post-doctorants).

Les thèmes étudiés par les chercheurs du laboratoire sont:

- les surfaces et atmosphères planétaires
- l'étude de la partie continentale du cycle de l'eau
- la caractérisation des pergélisols sibériens et martiens
- la physico-chimie des bio-minéraux et la reconstruction de l'évolution des environnements et des climats passés de la Terre
- l'étude des impacts du changement climatique en région polaire
- l'histoire des systèmes volcaniques et les facteurs de risque associés à leur évolution
- la quantification de l'érosion à long terme des surfaces continentales, des circulations de fluides dans les bassins sédimentaires et des ressources associées

### Présentation du L2S

Le laboratoire des signaux et systèmes (L2S) est, comme l'IDES, une unité mixte de recherche du Centre National de Recherche Scientifique (CNRS), de l'École Supérieure de l'Électricité (Supélec) et de l'Université Paris-Sud (UPS).

Il est rattaché à l'Institut des sciences et technologies de l'information et de l'ingénierie (INST2I).

Le laboratoire est constitué d'environ 115 personnes, dont 19 chercheurs CNRS, 30 enseignants-chercheurs et 55 non permanents.

## Table des matières

Remerciements.....	2
Introduction.....	4
I. Présentation de l'instrument Planetary Fourier Spectrometer (PFS).....	5
1. Caractéristiques du PFS.....	5
2. Principe de fonctionnement du PFS.....	6
a. Le système optique.....	7
b. L'électronique embarquée.....	7
c. L'environnement mécanique.....	8
3. Principales perturbations affectant le signal mesuré.....	8
a. Vibrations mécaniques.....	8
b. Comportement non linéaire du détecteur.....	9
c. Autres perturbations mineures.....	10
II. Mise en équation des perturbations du signal mesuré.....	10
1. Perturbations mécaniques dues aux vibrations de la sonde.....	10
2. Comportement non linéaire du détecteur.....	12
3. Combinaison des deux effets perturbatifs.....	13
III. Méthodes de déconvolution.....	13
1. Problème direct et Problème inverse.....	14
a. Problème direct.....	14
b. Problème inverse.....	14
2. Déconvolution simple sans régularisation.....	14
3. Déconvolution simple avec régularisation.....	15
a. Déconvolution du spectre réel.....	15
b. Déconvolution du noyau de perturbations.....	15
4. Déconvolution aveugle à une dimension.....	16
IV. Simulation et modélisation numérique du problème.....	16
1. Outils de simulation numérique utilisé.....	16
a. Matlab.....	16
b. Utilisation d'un Graphic Processing Unit (GPU).....	17
i. Présentation.....	17
ii. Différence entre convolution CPU et convolution GPU.....	17
2. Etude du comportement des méthodes de déconvolution sur spectre simulé.....	18
a. Création d'un spectre observationnel simulé de Mars.....	18
i. Noyau des perturbations lié aux vibrations mécaniques.....	19
ii. Noyau de perturbations lié au comportement non linéaire du détecteur.....	20
b. Estimation du spectre réel simulé par déconvolution simple.....	22
i. Recherche du paramètre optimal.....	23
ii. Variation du nombre d'itérations.....	23
c. Estimation du noyau de perturbation par déconvolution simple.....	24
i. Comparaison entre régularisation quadratique et régularisation L1.....	25
ii. Comparaison sans / avec contrainte de positivité.....	27
iii. Comparaison des différents noyau estimés en fonction du nombre d'itérations.....	28
iv. Comparaison des différents noyau estimés en fonction du nombre d'itérations avec décalage de 10 cm <sup>-1</sup> du noyau initial.....	29
v. Conclusion sur l'estimation du noyau de perturbations.....	29
Conclusion.....	30

Références bibliographiques.....	30
Annexe 1: Résultats de déconvolution aveugle du noyau de perturbation.....	31
Annexe 2 : Résultats de déconvolution aveugle du spectre estimé.....	32

## Introduction

Étudiant en 1<sup>ère</sup> année du Master de Physique Appliquée et Mécanique, j'ai effectué mon stage, d'une durée de 4 mois, au laboratoire Interaction et Dynamique des Environnements des Surface (IDES) et au laboratoire des systèmes et signaux (L2S).

Le but de ce stage est de réaliser un traitement des données spectrales de Mars de l'instrument *Planetary Fourier Spectrometer (PFS)* à bord de la sonde *Mars Express (ESA)* afin d'améliorer la qualité des informations obtenues . La détection de méthane, dont l'origine est aujourd'hui mal connue, est sujet aux controverses et débats au sein de la communauté des planétologues.

Le but du stage est d'effectuer une première étude sur le traitement des données pour améliorer la qualité des informations obtenues par l'instrument et, à plus long terme, de comprendre et d'étudier le comportement du méthane sur la planète Mars.

Le laboratoire IDES apporte son expertise sur l'instrument PFS et le L2S son expertise en traitement du signal.

A l'IDES, j'ai travaillé dans l'équipe « Géomorphologie planétaire et interactions subsurface-atmosphère » et au L2S au Groupe Problème Inverse (GPI) de la division Signaux.

Notre étude est décomposée de la manière suivante:

Dans un premier temps, on présentera les caractéristiques, le principe de fonctionnement et les limites de la qualité des mesures de l'instrument.

Ensuite, nous poserons les équations théoriques des effets des perturbations sur le signal mesuré.

Dans la troisième partie, on développera des méthodes numériques de déconvolution permettant de d'améliorer le signal en retirant les perturbations.

Pour finir, on appliquera ces méthodes sur un modèle de spectre réel afin d'étudier le comportement et la robustesse de la méthode.

## I. Présentation de l'instrument *Planetary Fourier Spectrometer (PFS)*

L'instrument appelé *Planetary Fourier Spectrometer* que l'on abrégera par la suite *PFS* est un spectromètre infrarouge conçu conjointement par l'*Instituto di Fisica dello Spazio Interplanetario*, par l'*Instituto Nazionale di Astrofisica* et par le *Consiglio Nazionale delle Ricerche*.

L'instrument est actuellement utilisé par l'*European Space Agency (ESA)* et est installé sur la sonde *Mars Express*. La fonction principale de cet instrument est d'étudier la composition atmosphérique martienne à travers les émissions infrarouge réfléchies et émises par la planète (V. Formisano and al, 2005).

### 1. Caractéristiques du *PFS*

L'instrument *PFS*, ayant une masse de 31,9kg, est un interféromètre à double pendule travaillant sur deux canaux de fonctionnement:

- Le premier canal dit *Short-wavelength Channel (SW)* effectue les mesures pour une gamme de longueur d'onde allant de 1,2 à 4,8  $\mu\text{m}$ .
- Le deuxième canal dit *Long-wavelength Channel (LW)* effectue les mesures pour une gamme de longueur d'onde allant de 5 à 45  $\mu\text{m}$ .

Ces deux canaux mesurent des propriétés différentes de la planète. En effet, le canal *LW* permet d'étudier les émissions thermiques de la planète Mars tandis que le canal *SW* permet d'étudier son atmosphère par réflexion du flux solaire. Dans le cadre de notre stage, on étudiera uniquement le canal *SW* car il comporte les signatures de présence de méthane sur Mars.

Voici un tableau récapitulatif des caractéristiques des deux canaux *SW* et *LW* (V.Formisano, 2005) :

Detailed PFS parameters	SW	LW
Spectral range $\mu\text{m}$	1.2–5.5	5.5–45
$\text{cm}^{-1}$	1700–8200	250–1700
Spectral resolution, $\text{cm}^{-1}$	1.3	1.3
FOV, deg	1.6	2.8
NEB, $\text{W cm}^{-2}\text{sr}^{-1}$	$5 \times 10^{-9}$	$4 \times 10^{-8}$
Detector type	Photoconductor	Pyroelectric
Material	PbSe	LiTaO <sub>3</sub>
Temperature, K	210	290
Interferometer type	Double pendulum	
Reflecting elements	Cubic corner reflectors	
Beamsplitter	CaF <sub>2</sub>	CsI
Max. optic. path differ., mm	+ – 5	+ – 5
Time for motion, s	5	5
Reference source		Laser diode at 1216 nm
SW/LW separation		KRS-5 with a multilayer coating reflecting SW radiation
Interferogram	Two-sided	
Samplings number	16384	4096
Sampling step, nm	608	608 (over sampled)
Dynamical range	$2^{15}$	$2^{15}$
Spectral points	8192	2048

Tableau 1: Caractéristiques des canaux SW et LW

## 2. Principe de fonctionnement du PFS

L'étude de la composition atmosphérique de la planète Mars se fait par spectroscopie infrarouge à transformée de Fourier (FTIR) qui consiste à mesurer un signal obtenu à l'aide d'un interféromètre (donnant un interférogramme). Le spectre mesuré est alors obtenu par transformée de Fourier.

Nous pouvons résumer le principe de fonctionnement par le schéma suivant :

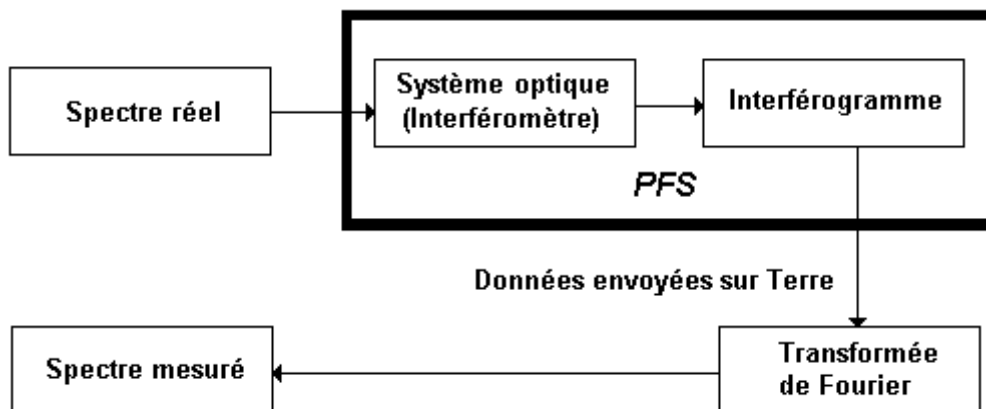


Figure 1: Principe de fonctionnement du PFS

Dans le cas idéal, l'interférogramme obtenu a pour expression : 
$$I(k) = \sum_{\sigma_l=1}^{8192} x(\sigma_l) (1 + e^{2i\pi\delta(\sigma_l, k)})$$

où  $\sigma_l$  est le nombre d'onde considéré de la source (spectre réel  $x(\sigma_l)$ ) et  $\delta(\sigma_l, k)$  la différence de marche avec  $k$  le nombre de l'échantillon.

### a. Le système optique

L'interféromètre installé sur l'instrument *PFS* est un interféromètre à double pendule. Voici le schéma optique de l'instrument (V. Formisano, 2005):

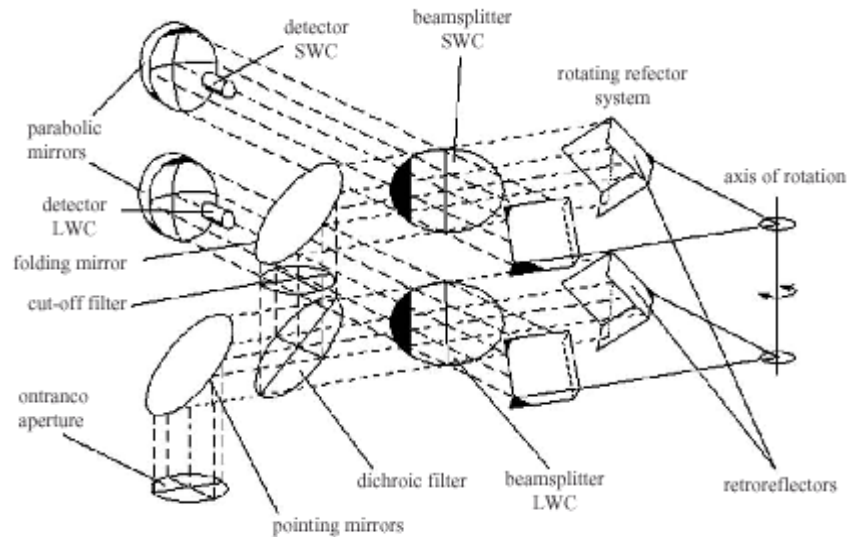


Fig. 1. PFS optical scheme.

Figure 2: Schéma optique du PFS

Le flux lumineux entre par l'ouverture puis est séparé en deux faisceaux, à l'aide d'un filtre dichroïque, vers les deux interféromètres LWC et SWC.

A la différence d'un interféromètre classique, l'interféromètre à double pendule possède des miroirs dit rétro-réfléchissant à la place de miroirs plan. Ces miroirs ont la propriété de renvoyer le rayonnement lumineux dans la même direction que le rayonnement incident quelque soit l'angle considéré.

Le changement de pas optique de l'interférogramme se fait par rotation de l'arbre contenant les deux miroirs. On obtient ainsi un interférogramme du flux lumineux sur le canal considéré.

L'avantage de ce système permet de réduire les dimensions de l'instrument et l'utilisation de miroirs rétro-réfléchissant élimine le problème d'alignement des faisceaux lumineux lors de la rotation des miroirs.

### b. L'électronique embarquée

La partie la plus importante dans l'électronique de l'instrument *PFS* est le contrôleur de vitesse des miroirs. Le passage à zéro d'un interférogramme d'une source monochromatique est très stable et peut être utilisé pour l'échantillonnage de la source étudiée. Dans le cas idéal, l'interférogramme d'une source monochromatique doit être une sinusoïde parfaite mais ceci n'est pas possible car l'interférogramme est limité dans le temps : la fonction obtenue est un sinus multipliée par une fonction porte de taille égale à la durée du temps d'acquisition.

On utilise dans notre cas, comme source référence, une diode laser pour effectuer l'échantillonnage. Le flux du laser utilise le même système optique que la source étudiée tout en restant parallèle à celle-ci et est détectée par un capteur dédié. Il faut toutefois veiller à contrôler sa température et son alimentation car sa longueur d'onde peut varier en fonction de ces paramètres.

### c. L'environnement mécanique

L'instrument *PFS* en possède trois:

- Un système de blocage-antiblocage installé sur le double pendule et utilisé lors du lancement de la sonde ou lors de manœuvre de correction d'orbite et d'insertion
- Un système de pointage possédant 8 positions: 5 positions autour du Nadir ( $0^\circ$ ,  $\pm 12,5^\circ$  et  $\pm 25^\circ$ ), une position vers l'espace profond, une vers la calibration par le corps noir embarqué et une position vers la lampe de calibration de mercure.
- Un mécanisme sur le double pendule possédant un moteur pour la rotation. La vitesse de rotation, doit être la plus constante possible et son contrôle ce fait à partir de l'interférogramme du signal de la diode laser en générant un retour d'information et qui doit rester constant. Ce même interférogramme est utilisé comme référence pour l'échantillonnage du signal par le passage à zéro, constant pour une sinusoïde, de l'interférogramme de la radiation martienne. Ce contrôle est déterminé par l'intervalle de temps mis entre deux passage à zéro et doit être proche de 250  $\mu\text{s}$ , ou 2000 Hz, pour la vitesse nominale.

## 3. Principales perturbations affectant le signal mesuré

L'environnement de travail et l'instrument *PFS* lui-même ont une influence directe sur l'acquisition des mesures. En effet, il fonctionne dans des conditions non habituelles par la présence non négligeable de vibrations mécaniques de la sonde *Mars Express*. De plus, par l'utilisation d'un capteur possédant ses propres limites (comportement non linéaire) et d'autres effets décrits ci-après (Saggin and al., 2007) engendrent des perturbations plus ou moins importante sur le spectre mesuré.

### a. Vibrations mécaniques

L'origine des perturbations affectant le signal mesuré provient essentiellement des vibrations mécaniques de la sonde *Mars Express*. D'après l'article (Comolli and Saggin, 2010), les principales sources de vibrations mécanique de la sonde sont :

- Les unités de mesures inertielle qui engendrent des vibrations harmoniques constantes aux fréquences 517, 567 et 621 Hz
- Les roues de réaction, permettant de contrôler l'attitude de la sonde engendrent des vibrations mécaniques aléatoires dans une gamme allant de 50 à 400 Hz.
- Les moteurs permettant de positionner idéalement les panneaux solaires sont des sources négligeables et il est possible de les arrêter lors des acquisitions de mesures.
- Les instruments voisins du *PFS* comme *OMEGA* qui possède un refroidisseur cryogénique, source connue de vibrations mécanique à des fréquences discrètes.



- Les réacteurs sont des sources très importantes de vibrations mais lors de leur utilisation, les instruments scientifiques ne sont pas utilisés.

Heureusement, toutes les sources de vibrations mécaniques ne sont pas présentes continuellement sauf pour le cas des vibrations dues aux unités de mesures inertielles et aux roues de réaction. Voici un spectre de vibration de l'instrument *PFS* tiré du même article:

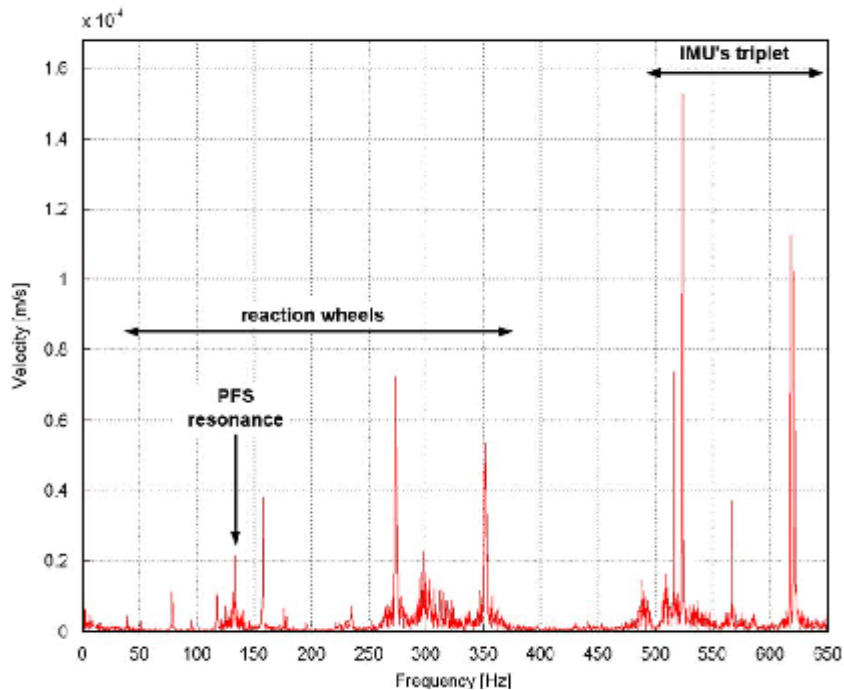


Figure 3: Mesures de vibration du PFS sur l'orbite de Mars (Janvier 2004)

On note la présence d'un pic de vibration à 133 Hz qui est due à la résonance du *PFS* qui amplifie le bruit blanc.

## b. Comportement non linéaire du détecteur

Le détecteur utilisé par le canal *SW* de l'instrument *PFS* est un photoconducteur PbSe. Il est composé d'un semi-conducteur reposant sur le principe de la théorie des bandes. Lorsque l'énergie lumineuse est assez importante, les électrons de la bande de valence ont suffisamment d'énergie pour passer dans la bande de conduction et par conséquent, la résistivité du matériau s'abaisse.

Concernant notre détecteur, le comportement de celui-ci est linéaire pour des intensités lumineuses inférieure à 280 fL (*foot Lambert*) d'après l'article (Giuranna and al, 2005) et non linéaire au delà. La non linéarité du détecteur engendre des *ghosts*, c'est à dire des répliques du spectre original dans l'espace de Fourier, au double et au triple de la position de celui-ci (*ghost*  $\times 2$  et *ghost*  $\times 3$ ) et une autre correspondant à l'offset du détecteur à la position 0 (*ghost*  $\times 0$ ).

L'utilisation du terme *ghost*, introduite par l'article de Comolli and Saggin, 2010, n'est pas très

approprié car les termes multiplicatifs donnent la position de la réplique par rapport à l'original et concernant plus particulièrement au *ghost*  $x_0$ , les répliques se retrouvent toutes à  $1\text{cm}^{-1}$  (voir Partie II).

### c. Autres perturbations mineures

Il existe d'autres perturbations, que nous ne détaillerons pas, qui ont peu d'influence sur le signal mesuré. En voici quelques unes:

- L'offset de la référence du signal laser qui fait apparaître des fréquences de modulation de la même manière que les vibrations mécaniques.
- Les effets liés à la chaîne d'acquisition de l'interféromètre faisant apparaître dans le spectre des raies de modulation autour du spectre réel au niveau des fréquences de coupure de l'instrument.
- Les réflexions internes dues aux allers-retours du faisceau dans l'interféromètre par la fenêtre d'entrée de l'instrument et une possible réflexion sur le détecteur. Elles engendrent des *ghosts* se trouvant au double du spectre d'origine

La présentation de l'instrument *PFS* nous a permis de comprendre le fonctionnement de celui-ci et à exposer clairement les problèmes apparaissant sur le signal mesuré.

Notre but étant de trouver un moyen d'éliminer les perturbations, nous devons tout d'abord poser les expressions théoriques des vibrations mécaniques et du comportement non linéaire du détecteur.

La première piste de réflexion (au chapitre II) est de montrer que le spectre mesuré est un produit de convolution entre le spectre réel et un noyau de perturbation. Nous pourrons ensuite développer les méthodes de déconvolution au chapitre III.

## II. Mise en équation des perturbations du signal mesuré

Afin de trouver une solution pour retirer du signal les perturbations mécanique et le comportement non linéaire du détecteur, nous avons modélisé l'instrument par un noyau de convolution entre le spectre réel et un filtre de perturbation. Nous démontrons dans cette partie que cette modélisation linéaire de l'instrument est une approximation satisfaisante.

### 1. Perturbations mécaniques dues aux vibrations de la sonde

L'expression de l'intensité de l'interférogramme du *PFS* en présence de vibration mécanique a été démontré dans l'article traitant des perturbations mécaniques dans les spectromètres de Fourier (Saggin and al, 2007). Elle s'écrit, en considérant un spectre monochromatique et une vibration mono-harmonique:

$$I_{pert\sigma_l}(k) = x(\sigma_l) \left\{ \cos \left[ 2\pi\sigma_l \left( k \frac{\lambda_r}{2} + T_D v_m \right) \right] - 2\pi\sigma_l v_0 T_D \sin \left[ 2\pi\sigma_l \left( k \frac{\lambda_r}{2} + T_D v_m \right) \right] \sin \left( \frac{\omega_d}{v_m} \left( k \frac{\lambda_r}{2} \right) \right) \right\}$$

où  $x(\sigma_l)$  est le spectre réel à un nombre d'onde donné,  $k \frac{\lambda_r}{2}$  est le pas d'échantillonnage de l'interféromètre avec  $k \in \mathbb{N}$  allant de 1 à 8192 (nombres de points acquis),  $\sigma_l$  est le nombre d'onde de la source étudiée,  $\lambda_r$  la longueur d'onde du laser,  $T_D$  le délai entre chaque mesures,  $v_m$  la vitesse moyenne de déplacement du miroir,  $v_0$  l'amplitude de la perturbation et  $\omega_d$  la pulsation de la vibration.

Le spectre mesuré est la transformée de Fourier de l'expression précédente, on obtient en considérant l'intervalle positif des nombres d'onde :

$$y_{pert\sigma_l}(\sigma) = \frac{x(\sigma_l)}{2} \delta \left( \sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} \right) * \delta(\sigma) - x(\sigma_l) 2\pi\sigma_l v_0 T_D \left\{ \frac{1}{2i} \delta \left( \sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} \right) * \left[ \delta \left( \sigma - \frac{f_d \lambda_r}{2v_m} \right) - \delta \left( \sigma + \frac{f_d \lambda_r}{2v_m} \right) \right] \right\}$$

En écrivant d'une autre manière cette expression, on peut mettre en évidence le spectre réel et le noyau de perturbation mécanique:

$$y_{pert\sigma_l}(\sigma) = \frac{1}{2} x(\sigma_l) \delta \left( \sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} \right) * \left\{ \delta(\sigma) + \frac{2\pi\sigma_l v_0 T_D}{i} \left[ \delta \left( \sigma - \frac{f_d \lambda_r}{2v_m} \right) - \delta \left( \sigma + \frac{f_d \lambda_r}{2v_m} \right) \right] \right\}$$

Cette expression montre que le spectre réel est modulé par la fréquence de modulation ayant pour nombre d'onde  $\pm \frac{f_d}{v_m}$  et pour intensité  $2\pi\sigma_l v_0 T_D$ .

Dans le cas d'un spectre continu et d'un spectre de vibration continu, l'expression devient:

$$y_{pert\sigma_l}(\sigma) = \frac{1}{2} \sum_{\sigma_l=1}^{8192} x(\sigma_l) \delta \left( \sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} \right) * \left\{ \delta(\sigma) + \frac{2\pi\sigma_l T_D}{i} \sum_{v_d=0}^{+\infty} v_d \left[ \delta \left( \sigma - \frac{f_d \lambda_r}{2v_m} \right) - \delta \left( \sigma + \frac{f_d \lambda_r}{2v_m} \right) \right] \right\}$$

En posant  $x_{ech}(\sigma_l) = x(\sigma_l) \delta \left( \sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} \right)$  le spectre échantillonné à un nombre d'onde  $\sigma_l$  donné et  $h_{pert}(\sigma_l) = \delta(\sigma) + \frac{2\pi\sigma_l T_D}{i} \sum_{v_d=0}^{+\infty} v_d \left[ \delta \left( \sigma - \frac{f_d \lambda_r}{2v_m} \right) - \delta \left( \sigma + \frac{f_d \lambda_r}{2v_m} \right) \right]$ , le noyau des perturbations par les vibrations mécaniques, on écrit simplement:

$$y_{pert}(\sigma) = \frac{1}{2} \sum_{\sigma_l=1}^{8192} x_{ech}(\sigma_l) * h_{pert}(\sigma_l)$$

On a montré que le spectre mesuré est la somme des produits de convolution entre le spectre réel échantillonné et le noyau des perturbations par les vibration mécaniques pour un nombre d'onde donné.

## 2. Comportement non linéaire du détecteur

Le détecteur du *Short Wavelength Channel* possède un comportement non linéaire si il est exposé à un flux lumineux intense, supérieur à 280 fL.

En considérant une situation simple d'une source échantillonné de 1 à 8192  $\text{cm}^{-1}$ , l'expression de l'interférogramme idéal  $I(k)$  peut être écrite de la manière suivante:

$$I(k) = \sum_{\sigma_l=1}^{8192} x(\sigma_l) \left( 1 + e^{2i\pi \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} k} \right)$$

En supposant que le comportement du détecteur est non linéaire, son expression est de la forme:

$$I_{nl}(k) = aI^3 + bI + c \quad \text{avec } a, b, c \in \mathbb{R}$$

En remplaçant  $I(k)$  dans  $I_{nl}(k)$ , on a:

$$I_{nl}(k) = a \left[ \sum_{\sigma_l=1}^{8192} x(\sigma_l) \left( 1 + e^{2i\pi \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} k} \right) \right]^3 + b \sum_{\sigma_l=1}^{8192} x(\sigma_l) \left( 1 + e^{2i\pi \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} k} \right) + c$$

$$\begin{aligned} I_{nl}(k) &= \sum_{\sigma_l=1}^{8192} a x(\sigma_l)^3 \left( 1 + e^{2i\pi \frac{3\sigma_l \lambda_r}{2} k} \right) + \sum_{\sigma_l=1}^{8192} 3a x(\sigma_l)^3 \left( 1 + e^{2i\pi \frac{2\sigma_l \lambda_r}{2} k} \right) + \sum_{\sigma_l=1}^{8192} g(\sigma_l) \gamma \\ &+ \sum_{\sigma_l=1}^{8192} [3a x(\sigma_l)^3 + b x(\sigma_l)] \left( 1 + e^{2i\pi \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} k} \right) + \sum_{\sigma_l=1}^{8192} [3a x(\sigma_l)^3 + b x(\sigma_l) + c] \end{aligned}$$

Le terme  $\gamma$  correspond à la combinaison de tous les nombres d'onde de 1 à 8192  $\text{cm}^{-1}$ .

Le spectre mesuré est la transformée de Fourier de l'expression précédente, on obtient en considérant l'intervalle positive des nombres d'onde :

$$\begin{aligned} y_{nl}(\sigma) &= \sum_{\sigma_l=1}^{8192} a x(\sigma_l)^3 \delta \left( \sigma - \frac{3\sigma_l \lambda_r}{2} \right) + \sum_{\sigma_l=1}^{8192} 3a x(\sigma_l)^3 \delta \left( \sigma - \frac{2\sigma_l \lambda_r}{2} \right) + \sum_{\sigma_l=1}^{8192} g(\sigma_l) \delta(\sigma - \gamma') \\ &+ \sum_{\sigma_l=1}^{8192} [3a x(\sigma_l)^3 + b x(\sigma_l)] \delta \left( \sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} \right) + \sum_{\sigma_l=1}^{8192} [3a x(\sigma_l)^3 + b x(\sigma_l) + c] \delta(\sigma) \end{aligned}$$

En utilisant la propriété de dirac suivante  $\delta(\sigma - (\sigma_1 + \sigma_2)) = \delta(\sigma - \sigma_1) * \delta(\sigma - \sigma_2)$  et en factorisant par  $x(\sigma_l) \delta \left( \sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} \right)$ , on obtient finalement:

$$y_{nl}(\sigma) = \sum_{\sigma_l=1}^{8192} \hat{x}(\sigma_l) * h_{nl}(\sigma_l) \quad \text{avec } \hat{x}(\sigma_l) = x(\sigma_l) \delta \left( \sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2} \right) \quad \text{et}$$

$$h_{nl}(\sigma_l) = a x(\sigma_l)^2 \delta\left(\sigma - \frac{2\sigma_l \lambda_r}{2}\right) + 3 a x(\sigma_l)^2 \delta\left(\sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2}\right) + [3 a x(\sigma_l)^2 + b] \delta(\sigma) \\ + [3 a x(\sigma_l)^2 + b + c x(\sigma_l)^{-1}] \delta\left(\sigma + \frac{\sigma_l \lambda_r}{2}\right) + g(\sigma_l) x(\sigma_l)^{-1} \delta(\sigma - \gamma'')$$

Étudions de plus près l'expression précédente : le 1<sup>er</sup> terme  $\delta\left(\sigma - \frac{2\sigma_l \lambda_r}{2}\right)$  correspond à un décalage, donc d'une duplication du spectre initial à une position 3 fois supérieure à celui-ci, d'où le terme  $ghost \times 3$ . Le 2<sup>ème</sup> terme à  $\delta\left(\sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2}\right)$  la duplication à une position double et le terme  $\delta\left(\sigma + \frac{\sigma_l \lambda_r}{2}\right)$  une duplication se trouvant au minimum du nombre d'onde du spectre d'où l'appellation de  $ghost \times 0$ .

Dans le cadre d'une première approche, les intensités lumineuses arrivant sur notre détecteur est considéré constant. On pourra de cette manière modéliser le comportement non linéaire du détecteur de façon linéaire : les duplications restent au mêmes endroits et leurs amplitudes restent constantes.

On a montré que le spectre mesuré est la somme des produits de convolution entre le spectre réel échantillonné et le noyau de perturbation due au comportement non linéaire du détecteur pour un nombre d'onde donné.

### 3. Combinaison des deux effets perturbatifs

L'effet de la perturbation mécanique et le comportement non linéaire du détecteur pour les sources lumineuses intenses sont indépendants, les deux effets s'additionnent:

$$y(\sigma) = y_{pert} + y_{nl} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma_l=1}^{8192} \hat{x}(\sigma_l) * h_{pert}(\sigma_l) + \sum_{\sigma_l=1}^{8192} \hat{x}(\sigma_l) * h_{nl}(\sigma_l) \\ y(\sigma) = \sum_{\sigma_l=1}^{8192} \hat{x}(\sigma_l) * \left[ \frac{1}{2} h_{pert}(\sigma_l) + h_{nl}(\sigma_l) \right]$$

L'instrument *PFS* est soumis à la vibration omniprésente de la sonde *Mars Express* et les propriétés du détecteur engendre des perturbations sur le spectre mesuré. Nous avons montré dans cette partie que l'apparition des perturbations sur celui-ci n'est qu'un produit de convolution entre le spectre réel et un noyau de perturbation.

### III. Méthodes de déconvolution

Les méthodes de déconvolution utilisées dans le cadre de ce stage sont des méthodes classiques basé sur l'inférence bayésienne. Ces méthodes sont décrites dans le livre « Problèmes inverses en traitement du signal » édité par les chercheurs du GPI du L2S (voir Références Bibliographiques).

Nous n'allons pas présenter en détail ici les méthodes de déconvolution utilisés dans notre étude mais il est important d'en connaître les grandes lignes.

## 1. Problème direct et Problème inverse

### a. Problème direct

L'acquisition du spectre mesuré  $y$  à partir du spectre réel  $x$  peut être modélisé par une transformation linéaire (voir I et II) :

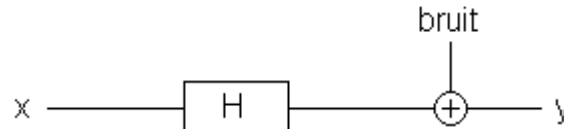


Figure 4: Modélisation linéaire de l'instrument PFS

où  $H$  correspond à : Interféromètre → Interférogramme → Transformée de Fourier (voir Figure 1).

Dans notre cas, la transformation linéaire  $H \times x$  correspond à une convolution  $x * h$  :  $H \times x = x * h$ . On ajoute ensuite du bruit.

$$y = x * H + \text{bruit}$$

### b. Problème inverse

Le principe de la déconvolution simple consiste à estimer le signal entré  $x$  à partir  $y$  connaissant la réponse impulsionnelle  $h$ .

La déconvolution aveugle consiste à estimer à partir du signal mesuré  $y$  d'obtenir un signal estimé  $x$  et un signal estimé  $h$  à partir de leurs initialisations.

## 2. Déconvolution simple sans régularisation

La déconvolution simple mise en œuvre vise à minimiser un critère quadratique d'attache aux données  $y$  :

$$J(x) = \|y - Hx\|^2$$

La solution  $\hat{x}$  recherchée correspond alors à :

$$\hat{x} = \underset{x}{\text{Min}} J(x) = \underset{x}{\text{Min}} \|y - Hx\|^2$$

La méthode de minimisation du critère  $J$  est une méthode itérative par descente de gradient. La nouvelle estimée  $\hat{x}^{n+1}$  du spectre est obtenu à partir de l'estimée courante  $\hat{x}^n$  en descendant dans la direction du critère  $J$  :  $\nabla J$

$$\hat{x}^{n+1} = \hat{x}^n - \alpha \nabla J$$

avec  $\alpha$  pas de descente et  $\nabla J = -2H^t(y - Hx) = -2(y - h * x) * \tilde{h}$ .

Ainsi la méthode peut être schématisée de la manière suivante :

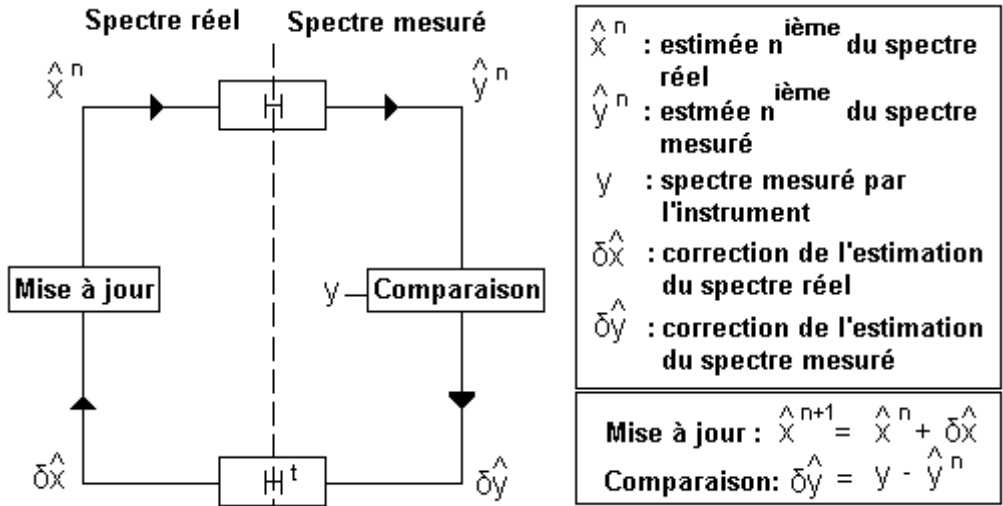


Figure 5: Principe de déconvolution simple itérative

### 3. Déconvolution simple avec régularisation

#### a. Déconvolution du spectre réel

La déconvolution simple avec régularisation consiste à ajouter, au terme d'attache aux données  $\|y - H\hat{x}\|^2$ , un terme de régularisation au critère à minimiser :  $\hat{x} = \underset{x}{\text{Min}} \|y - Hx\|^2 + \lambda \|Dx\|^2$

Le deuxième terme est composé de  $\lambda$ , paramètre de régularisation,  $D = [-1; 2; -1]$  et de la dérivée partielle centrée. Ce terme de dérivée et le paramètre de régularisation  $\lambda$  permettent de pénaliser les variations fortes du signal dues au bruit lors de l'estimation du signal  $\hat{x}$ . Il correspond à un *a priori* de douceur.

Le gradient du critère est:

$$\nabla J = -2(y - x * h) * \tilde{h} + 2\lambda D * (D * x)$$

#### b. Déconvolution du noyau de perturbations

Le spectre du noyau de perturbation a la particularité d'être uniquement composé de distribution de diracs (voir Partie II).

Cette spécificité a amené une modification de la méthode de déconvolution vue précédemment. En effet, elle doit favoriser la recherche de variation forte et de grande amplitude.

Le critère s'écrit maintenant  $J(\sigma) = \|y(\sigma) - h(\sigma) * x(\sigma)\|^2 + \lambda \|h\|^p$ . Le terme de la dérivée disparaît car notre but est de détecter les pics et c'est pour cette raison qu'elle est remplacée par  $\|h\|^p$ .

Le pas utilisé par cette méthode est réalisée par dichotomie (si le critère J précédent est plus petit que le critère actuel, on divise par deux le pas précédent).

Nous comparerons les méthodes de déconvolution sur le noyau des perturbations dans la partie des suivantes.

## 4. Déconvolution aveugle à une dimension

La méthode de déconvolution aveugle a pour but de retrouver le signal réel uniquement avec le signal mesuré. Elle nécessite l'entrée d'un noyau de convolution initial  $h_0(\sigma)$  et d'un spectre réel initial  $x_0(\sigma)$  pour pouvoir être utilisée.

Le principe de la méthode de déconvolution aveugle utilise le code de déconvolution simple avec régularisation en faisant l'estimation du noyau de convolution et d'un spectre réel successivement. Les étapes de la méthode peut être schématisée de la façon suivante:

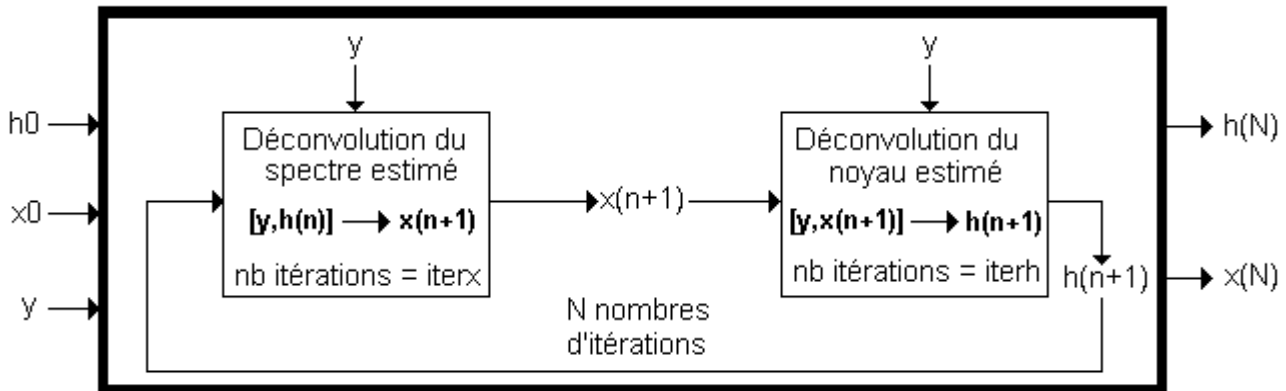


Figure 6: Principe de déconvolution aveugle

## IV. Simulation et modélisation numérique du problème

Afin de mesurer l'efficacité des méthodes de déconvolution mises en œuvres, nous avons traités des données simulées avant de traiter des données réelles provenant de l'instrument *PFS*. Ces données simulées correspondent à des mesures du spectres  $y$  obtenues à partir du spectre  $x$  correspondant au spectre théorique de l'atmosphère de Mars en simulant l'acquisition par noter modèle linéaire (  $y = Hx + \text{bruit}$  ).

Dans ce cas, nous connaissons la solution  $x$  à obtenir ce qui nous permettra de mesurer l'efficacité de nos méthodes en mesurant la distance de nos solutions  $\hat{x}$  avec  $x$ .

Nous utiliserons le logiciel de calcul numérique *Matlab* et une machine de calcul utilisant la technologie des *GPU* qui a comme principal avantage de réduire le temps de calcul.

### 1. Outils de simulation numérique utilisé

#### a. Matlab

Tout au long du stage, l'application des méthodes du traitement du signal seront réalisés par le logiciel de calcul numérique *Matlab*. Il a été développé à la fin des années 70 par Cleve Moler, un chercheur du département informatique à *The University of New Mexico*.

Les principaux avantages de ce logiciel est la puissance de calcul élémentaires sur les matrices et la possibilité d'augmenter ces fonctions à l'aide de *toolbox* développé par de nombreux chercheurs de



la communauté.

## b. Utilisation d'un Graphic Processing Unit (GPU)

### i. Présentation

Les codes que nous allons utiliser nécessite de nombreuses utilisations de la fonction de convolution numérique. Les vecteurs utilisés dans notre cas sont relativement long, de taille 8192. Le temps de calcul, que l'on réalise le plus souvent par l'utilisation du processeur de l'ordinateur (*CPU*) sous Matlab est par conséquent relativement long. C'est dans cet optique que l'utilisation d'un co-processeur comme les *GPU* s'avère intéressante. En effet, grâce à son architecture « *many cores* » il est capable de réaliser des calculs en parallèle permettant de diminuer le temps de calcul.

On peut donc se demander quelles sont les différences entre les *CPU* et les *GPU*. Tout d'abord, ces deux entités ont des architectures différentes dues à leur histoire et à leur type de tâches. Les *CPU* sont généralement composé d'une mémoire cache, une unité de contrôle et des unités arithmétique et logique (*ALU*), l'évolution de celle-ci tend vers une complexification des unités de contrôle et l'augmentation de la mémoire cache. Les *GPU* possèdent plusieurs unités de traitement et l'évolution tend vers l'augmentation des cœurs de traitement. Voici un schéma représentant la différence entre les deux architectures:



Figure 7: Différence entre architecture CPU et GPU

Afin d'exploiter au mieux les capacités des *GPU*, une compagnie américaine appelé *NVIDIA* décide de concevoir des *GPU* destinés au calcul scientifique avec l'architecture *CUDA* (*Compute Unified Device Architecture*). Afin de faciliter les travaux des chercheurs, les développeurs ont créé des bibliothèques en C permettant, avec ce langage dit de haut-niveau, de rendre plus accessible à la communauté scientifique la programmation de *GPUs*.

### ii. Différence entre convolution CPU et convolution GPU

La convolution *CPU* se réalise de manière séquentielle. Notre spectre ayant une taille de 8192 et le noyau des perturbations aussi, notre *CPU* effectue, le produit de chaque échantillon de notre

spectre avec tout le noyau des perturbation. Après avoir réalisé le calcul, on effectue le calcul sur l'échantillon suivant jusqu'à atteindre 8192.

En revanche, la *GPU* réalise une convolution de manière parallèle. En effet, un cœur de notre *GPU* réalise un seul calcul de convolution pour un échantillon donné. Sachant que notre *GPU* possèdent plusieurs centaines de cœurs, la tâche précédente est distribuée sur chaque cœur composant notre spectre soit 8192. Le gain de temps de l'ordre de 10 comme illustré sur le tableau récapitulatif des performances entre la convolution *CPU* et la convolution *GPU* (convolution simple entre  $x$  et  $h$  de même longueur égale à 8192 échantillons) :

Matériel	Temps	Facteur multiplicatif
<i>CPU (Intel Xeon E5640 Quad Core à 2,67 Ghz)</i>	78,793 ms	×1
<i>GPU(Nvidia Tesla M2050)</i>	6,432 ms	×12

Tableau 2: Comparaison de performance entre *CPU* et *GPU*

On peut encore augmenter ce facteur en optimisant les ressources mémoires et diminuer la circulation d'informations entre le *GPU* et le *CPU*.

## 2. Etude du comportement des méthodes de déconvolution sur spectre simulé

Avant d'utiliser les méthodes de déconvolution aveugle sur le spectre mesuré par l'instrument *PFS*, nous devons étudier si celles-ci fonctionnent sur un spectre réel simulé connu. La première étape de notre étude est de créer un spectre mesuré simulé à partir des perturbations présentés dans la partie théorique (vibrations mécaniques et comportement non linéaire du détecteur) et du spectre réel simulé.

Nous allons ensuite appliquer les méthodes de déconvolution simple puis de déconvolution aveugle sur le spectre mesuré simulé afin de vérifier leurs comportement.

### a. Création d'un spectre observationnel simulé de Mars

Nous avons vu théoriquement que le spectre mesuré  $y(\sigma_l)$  est le produit de convolution entre le spectre réel  $x(\sigma_l)$  et un noyau de perturbation  $h(\sigma_l)$  engendré par les vibrations mécaniques et le comportement non linéaire du détecteur:

$$y(\sigma_l) = x(\sigma_l) * h(\sigma_l)$$

Le spectre réel choisi dans notre simulation est un spectre à haute résolution de Mars allant de 2000 à 26000  $\text{cm}^{-1}$  créé à partir des données théoriques. Nous sélectionnerons une gamme de spectre de 0 à 4000  $\text{cm}^{-1}$  correspondant à la gamme de la réponse du détecteur. On obtient ainsi le spectre réel simulé :

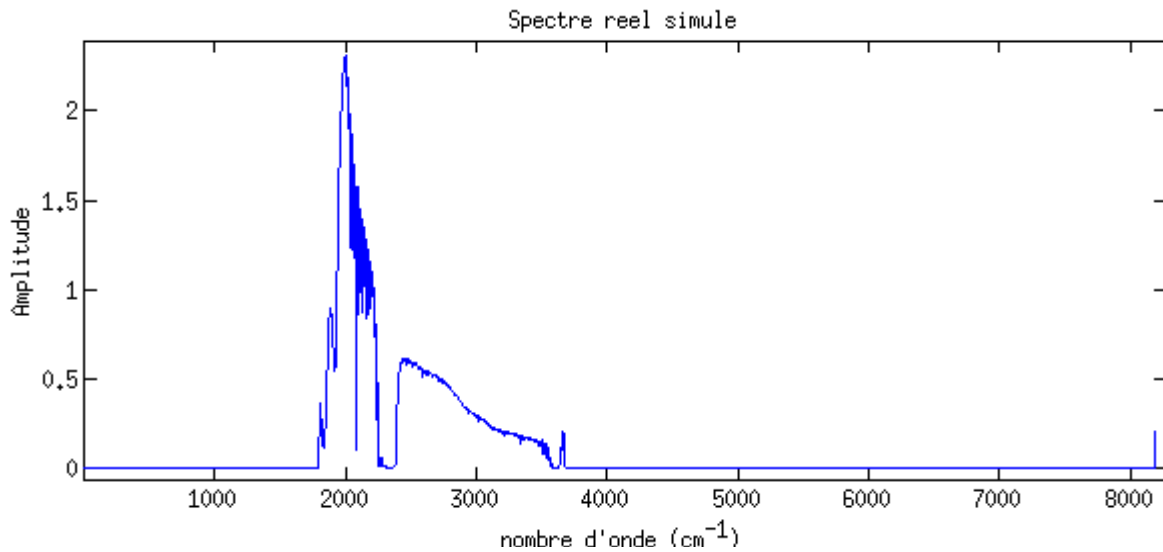


Figure 8: Spectre observationnel simulé

Nous devons maintenant créer un noyau de convolution regroupant les deux principales perturbations qui s'ajoute à notre spectre réel simulé  $x(\sigma_l)$ . On crée d'abord le noyau des perturbations mécaniques  $h_{pert}(\sigma_l)$  puis le noyau dû au comportement non-linéaire du détecteur  $h_{nl}(\sigma_l)$ .

### i. Noyau des perturbations lié aux vibrations mécaniques

Nous avons vu, dans la partie I traitant des caractéristiques de l'instrument, que l'instrument *PFS* subit des vibrations lié à sa résonance à 133 Hz, liés aux instruments de mesures inertiels à 517, 567 et 621 Hz et aux vibrations par les roues de réaction variant en fréquence et en intensité dans la gamme de fréquence entre 50 et 400 Hz. L'expression du noyau des perturbations lié aux vibrations mécanique, pour un nombre d'onde considéré, s'écrit:

$$h_{pert}(\sigma_l) = \delta(\sigma) + \frac{2\pi\sigma_l T_D}{i} \sum_{v_d=0}^{+\infty} v_d \left[ \delta\left(\sigma - \frac{f_d \lambda_r}{2v_m}\right) - \delta\left(\sigma + \frac{f_d \lambda_r}{2v_m}\right) \right]$$

Le noyau de perturbation est composé d'une distribution de dirac principal en zéro et entouré, pour une fréquence de vibration considéré, de deux distributions de dirac d'une distance de  $\pm \frac{f_d}{v_m}$  cm<sup>-1</sup> du dirac principal d'intensité  $2\pi\sigma_l v_0 T_D$ . On obtient, avec les fréquences données par l'article (Comolli and Saggin, 2010), le noyau suivant:

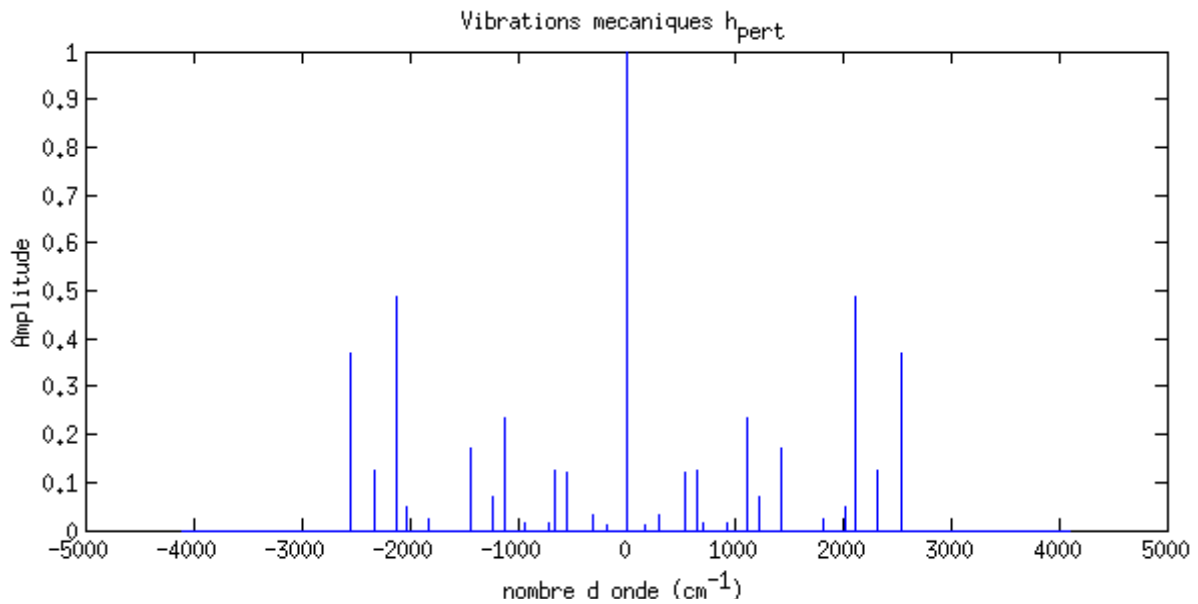


Figure 9: Noyau de perturbation simulé par les vibrations mécaniques

## ii. Noyau de perturbations lié au comportement non linéaire du détecteur

La non linéarité du détecteur engendre, pour de fortes intensités lumineuses ( $>280$  fL), des *ghosts* en  $\times 0$ , en  $\times 2$  et en  $\times 3$  de la position du spectre réel. L'expression du noyau de perturbations lié au comportement non linéaire du détecteur, pour un nombre d'onde donné, s'écrit:

$$h_{nl}(\sigma_l) = a x(\sigma_l)^2 \delta\left(\sigma - \frac{2\sigma_l \lambda_r}{2}\right) + 3 a x(\sigma_l)^2 \delta\left(\sigma - \frac{\sigma_l \lambda_r}{2}\right) + [3 a x(\sigma_l)^2 + b] \delta(\sigma) \\ + [3 a x(\sigma_l)^2 + b + c x(\sigma_l)^{-1}] \delta\left(\sigma + \frac{\sigma_l \lambda_r}{2}\right) + g(\sigma_l) x(\sigma_l)^{-1} \delta(\sigma - \gamma'')$$

Le noyau de perturbation est composé d'une distribution de dirac principal puis les trois autres correspondent aux *ghosts* défini plus haut. On obtient donc:

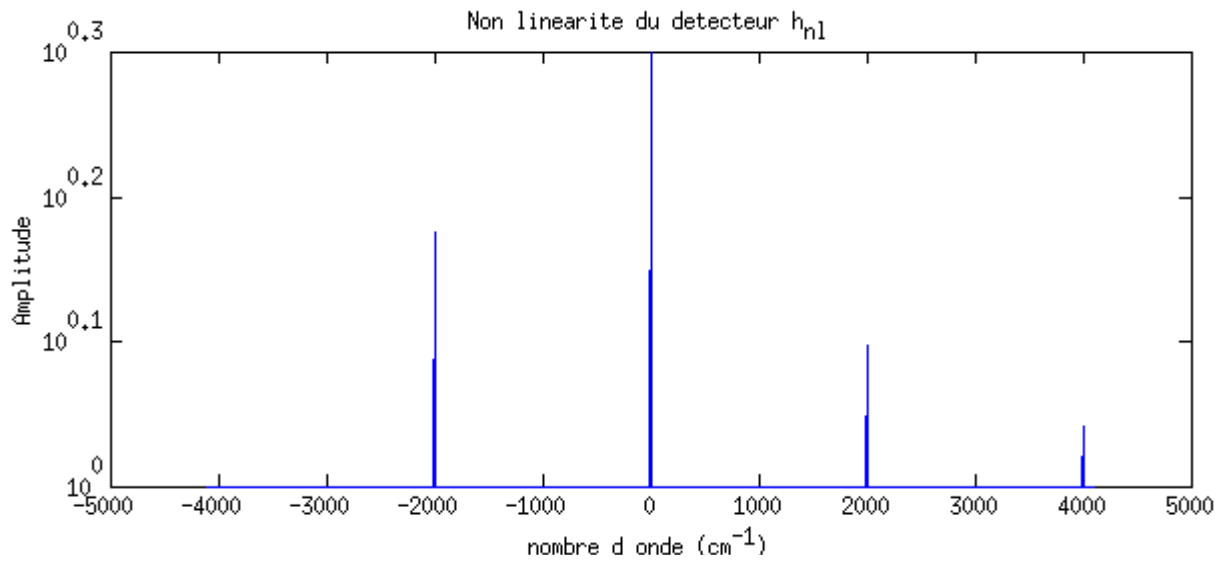


Figure 10: Noyau de perturbation sous forme de 4 diracs, simulé par le comportement non linéaire du détecteur

L'amplitude des pics à l'origine des *ghosts* ne sont pas celles qu'on a en réalité, elle permet une seulement d'avoir une meilleure vision.

Le noyau des perturbations final est la somme des deux contributions:

$$h(\sigma_l) = h_{pert}(\sigma_l) + h_{nl}(\sigma_l)$$

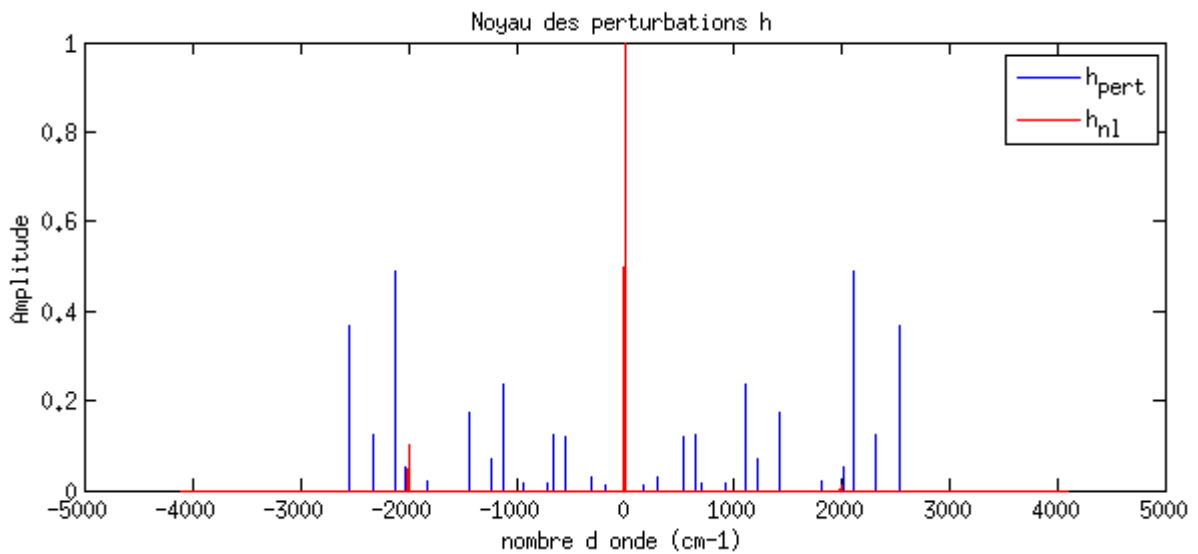


Figure 11: Noyau de perturbation final

On obtient ainsi le noyau des perturbations final  $h(\sigma_l)$  et par conséquent le spectre mesuré  $y(\sigma_l)$  par la convolution avec le spectre réel  $x(\sigma_l)$  :

On ajoute également du bruit gaussien sur le spectre mesuré :

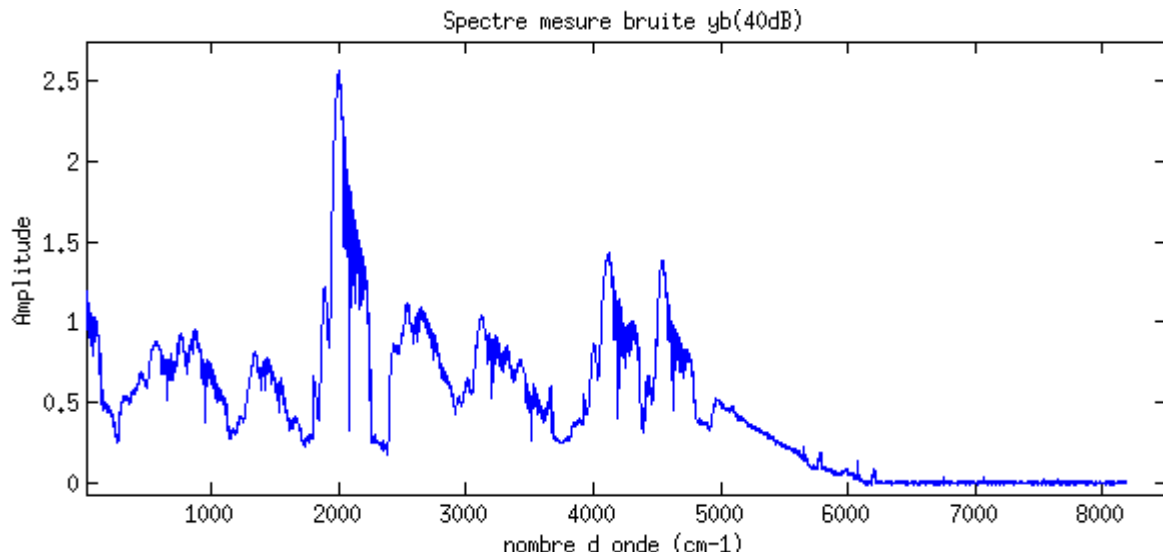


Figure 12: Spectre mesuré simulé bruité à 40dB

A partir du spectre mesuré bruité  $y(\sigma_l)$ , nous pouvons appliquer les différentes méthodes de déconvolution vues précédemment et ainsi étudier leurs comportements.

### b. Estimation du spectre réel simulé par déconvolution simple

Connaissant le spectre mesuré  $y(\sigma_l)$  et le noyau des perturbations  $h(\sigma_l)$ , la déconvolution simple permet d'avoir un spectre réel estimé  $\hat{x}(\sigma_l)$ . Nous allons faire varier les paramètres propre à la déconvolution (nombre d'itérations, paramètre de régularisation  $\lambda$  et le critère J) et commenter les résultats obtenus.

Dans un premier temps, nous allons faire varier le paramètre de régularisation  $\lambda$  et chercher la valeur optimale en calculant l'erreur moyenne absolue (distance L1) et l'erreur moyenne absolue au carré (distance L2) du spectre réel estimé  $\hat{x}(\sigma_l)$  avec le spectre réel  $x(\sigma_l)$ .

Dans un second temps, on vérifiera, en utilisant le  $\lambda$  optimal défini précédemment, que le spectre estimé converge vers le spectre réel en analysant la variation des erreurs moyennes absolues en fonction du nombre d'itérations.

Les erreurs moyennes absolues  $L_1$  et  $L_2$  ont pour expression:

$$L_1 = \frac{\sum_{\sigma_l=1}^{8192} |\hat{x}(\sigma_l) - x(\sigma_l)|}{\sum_{\sigma_l=1}^{8192} |x(\sigma_l)|} \quad L_2 = \frac{\sum_{\sigma_l=1}^{8192} |\hat{x}(\sigma_l)^2 - x(\sigma_l)^2|}{\sum_{\sigma_l=1}^{8192} |x(\sigma_l)^2|}$$

Dans les simulations qui vont suivre, nous estimerons les erreurs moyennes absolues deux quantités: le spectre réel estimé  $\hat{x}(\sigma_l)$  et le spectre mesuré estimé  $\hat{y}(\sigma_l)$  par le produit de convolution entre le spectre précédent et le noyau de perturbation connu:  $\hat{y}(\sigma_l) = \hat{x}(\sigma_l) * h(\sigma_l)$

**i. Recherche du paramètre  $\lambda$  optimal**

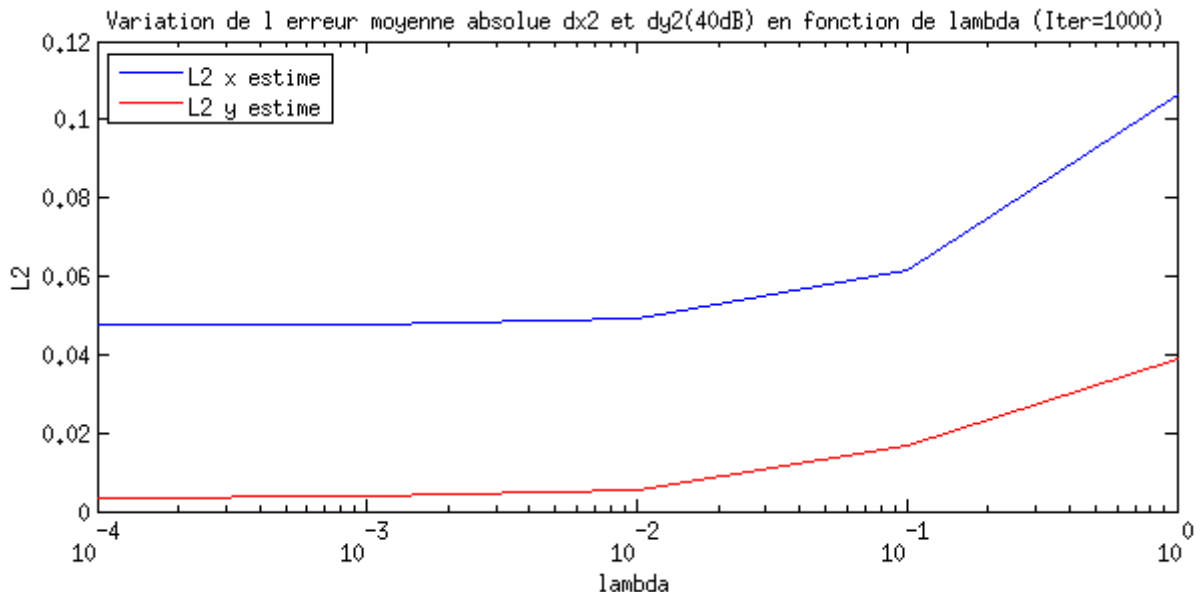


Figure 13: Variation des erreurs moyennes absolues en fonction de lambda

Nous utilisons une méthode de déconvolution simple pour un spectre mesuré bruité à 40dB en faisant varier le paramètre de régularisation  $\lambda$  pour un nombre d'itérations fixe égal à 1000. On obtient les variations des erreurs de  $\hat{x}(\sigma_l)$  et  $\hat{y}(\sigma_l)$  en fonction de  $\lambda$  : Au vu des résultats, on choisira  $\lambda=0,001$ .

**ii. Variation du nombre d'itérations**

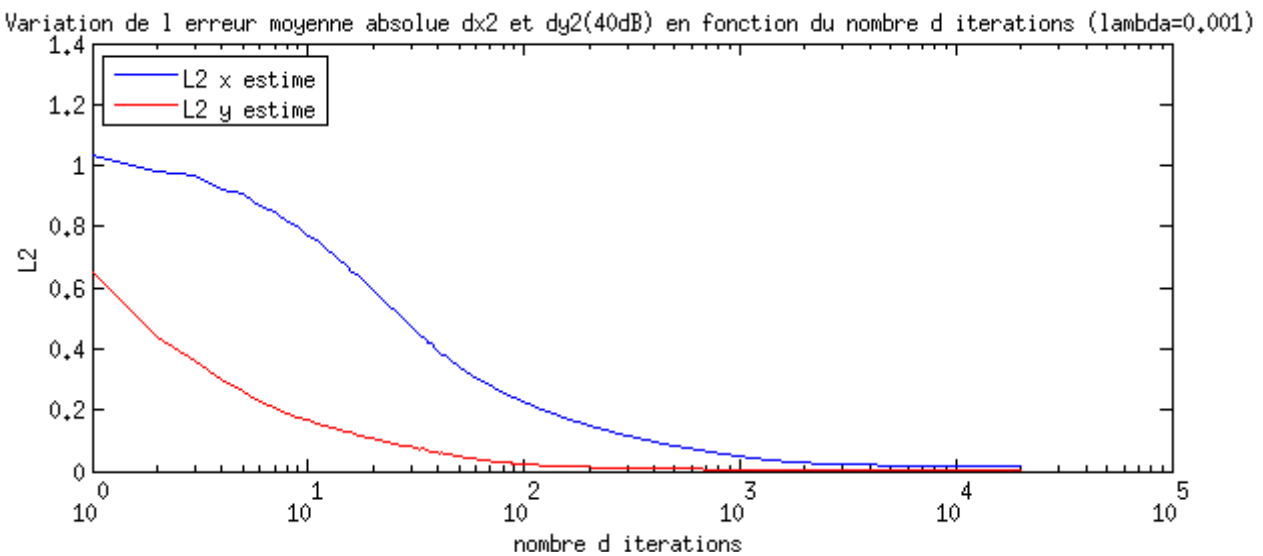


Figure 14: Variation des erreurs moyennes absolues en fonction du nombre d'itérations

Après avoir déterminé le  $\lambda$  optimal pour notre exemple, nous allons vérifier que le spectre estimé par la méthode de déconvolution tend vers le spectre réel lorsque le nombre d'itérations augmente. On réalise les mêmes opérations que pour la recherche du  $\lambda$  et on obtient ainsi la variation des erreurs moyennes absolues, avec  $\lambda=0,001$  en fonction du nombre d'itération pour  $\hat{x}(\sigma_l)$  et  $\hat{y}(\sigma_l)$  :

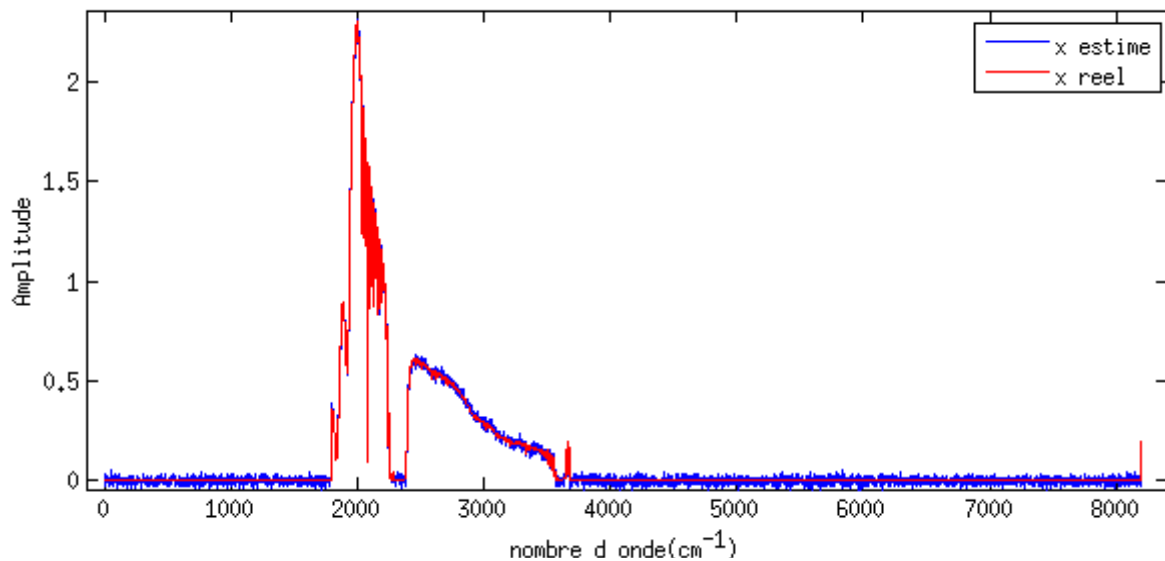


Figure 15: Comparaison entre spectre réel simulé et spectre estimé

Comparons visuellement le spectre estimé  $\hat{x}(\sigma_l)$  et le spectre réel  $x(\sigma_l)$  :

Nous pouvons en déduire avec les études précédentes et visuellement que la déconvolution simple permet, à partir d'un spectre mesuré  $y(\sigma_l)$  et le noyau des perturbations  $h(\sigma_l)$ , d'obtenir un spectre estimé  $\hat{x}(\sigma_l)$  de bonne qualité avec une erreur moyenne L2 inférieure à 2% pour 20000 itérations.

### c. Estimation du noyau de perturbation par déconvolution simple

Avant de pouvoir utiliser la méthode de déconvolution aveugle, nous devons aussi vérifier s'il est possible, connaissant le spectre mesuré  $y(\sigma_l)$  et le spectre réel  $x(\sigma_l)$ , et en utilisant les mêmes démarches que dans la section précédente, d'estimer un noyau de perturbation par déconvolution simple  $\hat{h}(\sigma_l)$ .

Contrairement au cas précédent où on n'utilisait pas de spectre initial, l'estimation du noyau de perturbation  $\hat{h}(\sigma_l)$  nécessite de définir un  $h_{initial}(\sigma_l)$  pour la méthode de déconvolution. Pour définir  $h_{initial}(\sigma_l)$ , nous utilisons toutes les connaissances a priori disponible : nous savons que les perturbations dues au comportement non linéaire restent constante et, concernant les vibrations mécaniques, que les fréquences ne varient pas et sont parfaitement définies : celles liés au systèmes de mesures inertielles (517, 567 et 621 Hz) et à la résonance de l'instrument *PFS* à 133 Hz. On obtient ainsi le spectre de perturbation initial  $h_{initial}(\sigma_l)$  pour la déconvolution simple:



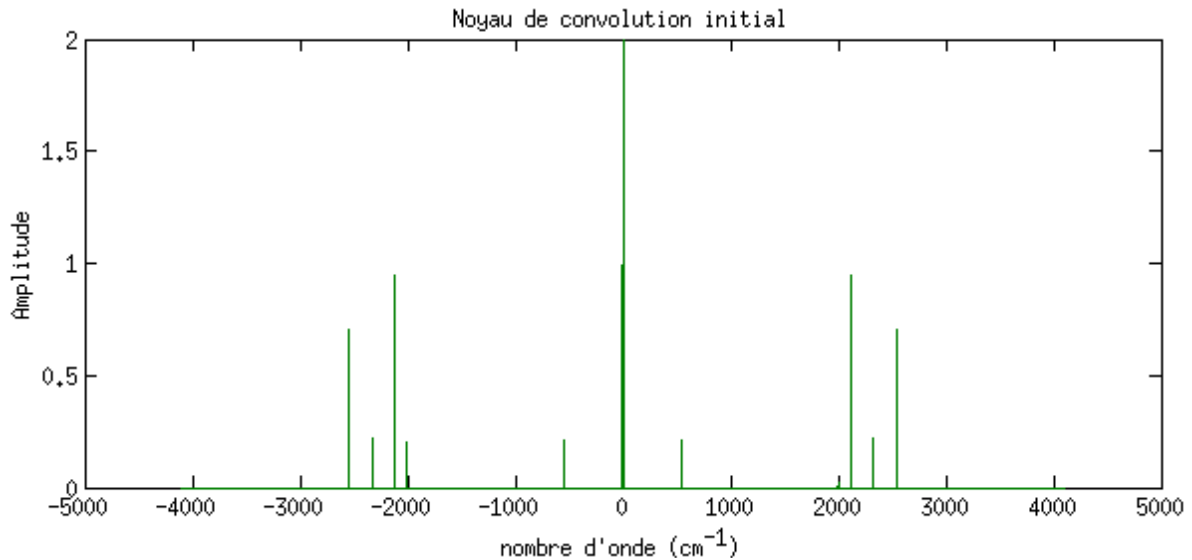


Figure 16: Initialisation du noyau de perturbation

L'amplitude des pics de ce spectre initial  $h_{initial}(\sigma_l)$  est 2 fois plus élevée que le spectre réel pour étudier la convergence de la méthode vers la solution.

Au cours de nos simulations on fixe  $\lambda=0,001$  correspondant à une valeur proche du bruit à 40 dB du spectre mesuré  $y(\sigma_l)$ .

Nous allons tester différents paramètres de la méthode de déconvolution en faisant varier les paramètres suivants pour choisir la méthode la mieux adaptée:

- Régularisation quadratique ( $J_{reg}(h)=\|h\|^2$ ) ou L1 ( $J_{reg}(h)=\|h\|^{1,1}$ )
- Avec ou sans contrainte de positivité (les valeurs négatives valent 0)

#### **i. Comparaison entre régularisation quadratique ( $\beta=2$ ) et régularisation L1 ( $\beta=1,1$ )**

On obtient le résultat suivant, avec contrainte de positivité, pas dichotomique pour  $\beta=1,1$  et pas optimal pour  $\beta=2$  après 4000 itérations pour les régions ayant les pics initialisés et les pics non initialisés:

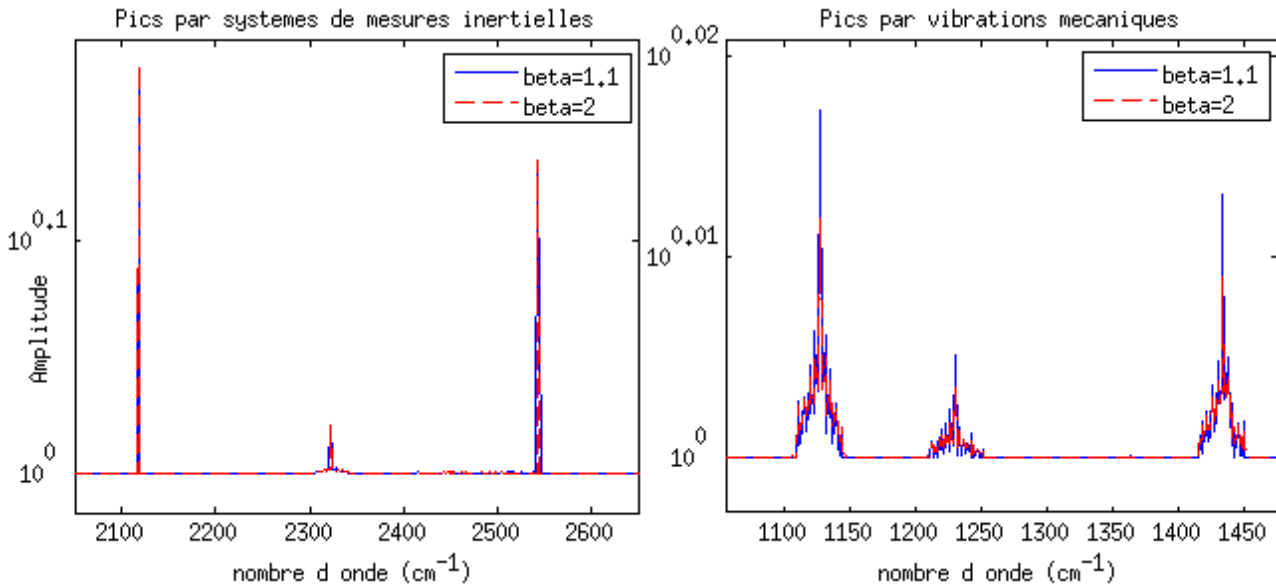


Figure 17: Noyau de perturbation estimé  $\beta=1,1$  et  $\beta=2$  après 4000 itérations

On remarque que pour les pics initialisés, l'utilisation des différents  $\beta$  n'a pas d'influence majeure mais en revanche, pour les pics non initialisés (vibrations mécaniques), l'amplitude obtenue par  $\beta=1,1$  est bien meilleure que celle obtenue avec  $\beta=2$ . En effet, les amplitudes des vibrations réelles est de l'ordre de  $10^{0,09}$  pour la première,  $10^{0,03}$  et  $10^{0,07}$  respectivement pour les deux dernières. On se rapproche de la solution.

Vérifions cela sur la variation de l'erreur L2 en fonction du nombre d'itérations :

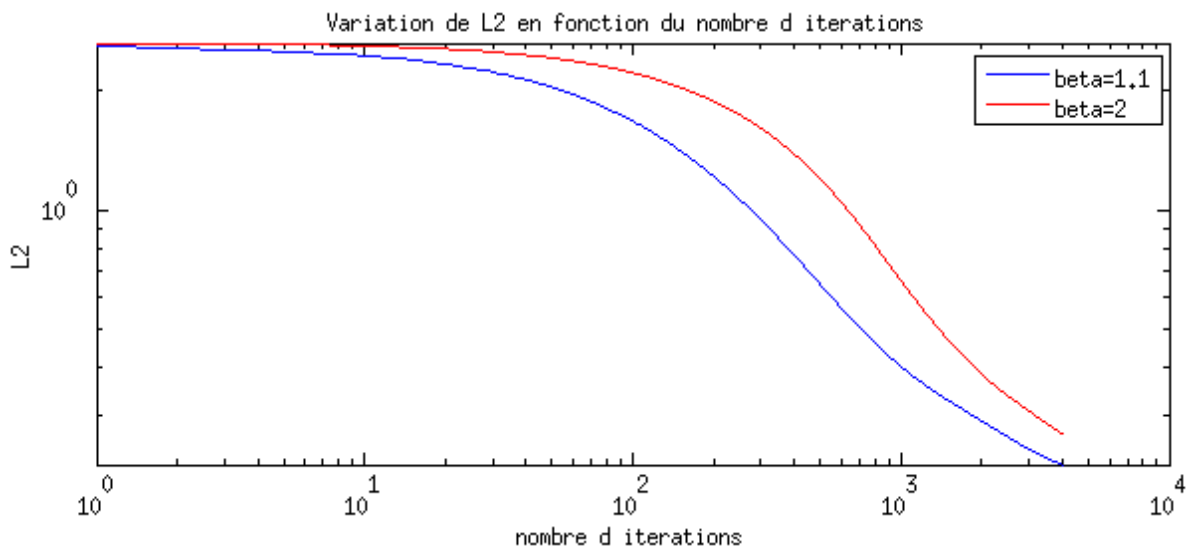


Figure 18: Variation de l'erreur L2 des différents  $\beta$  en fonction du nombre d'itérations

On a une confirmation sur l'efficacité de la méthode en  $\beta=1,1$ .

**ii. Comparaison sans / avec contrainte de positivité**

On fixe  $\beta=1,1$  et on utilise le pas dichotomique pour les deux méthodes. On obtient les résultats suivants (zoom sur une région donnée):

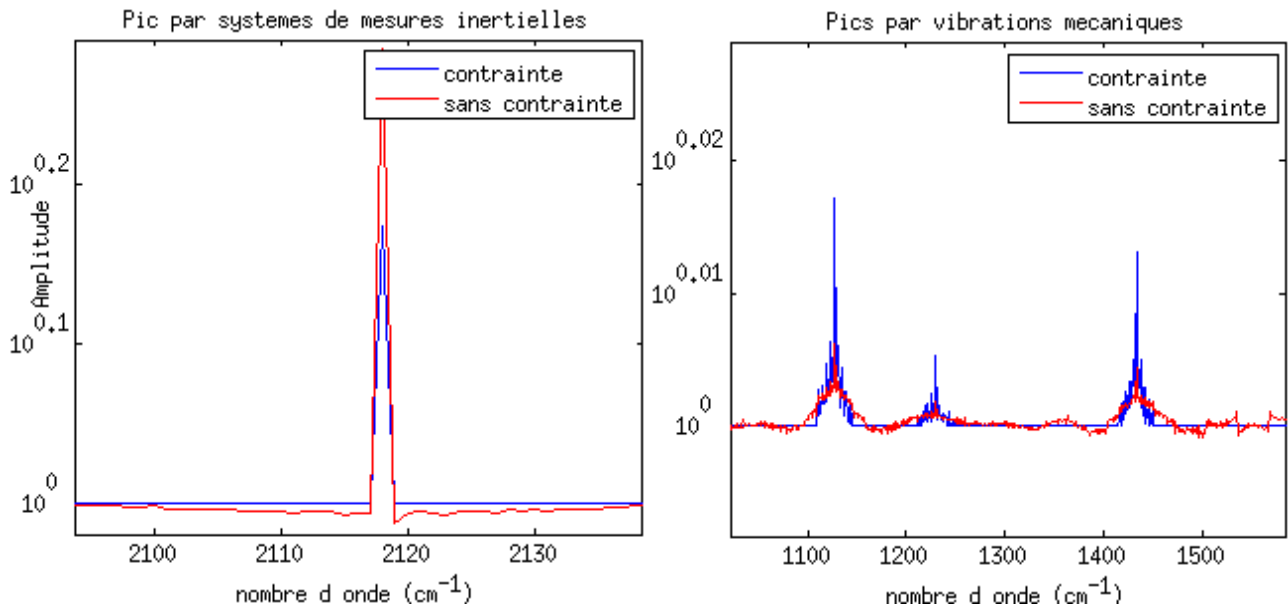


Figure 19: Noyau de perturbation estimé avec et sans contrainte de positivité après 4000 itérations

On remarque que pour les pics initialisés, l'amplitude est mieux estimée sans contrainte de positivité que sans. En revanche, pour les pics non initialisés, on voit clairement que l'amplitude des pics estimés avec contrainte de positivité est meilleure.

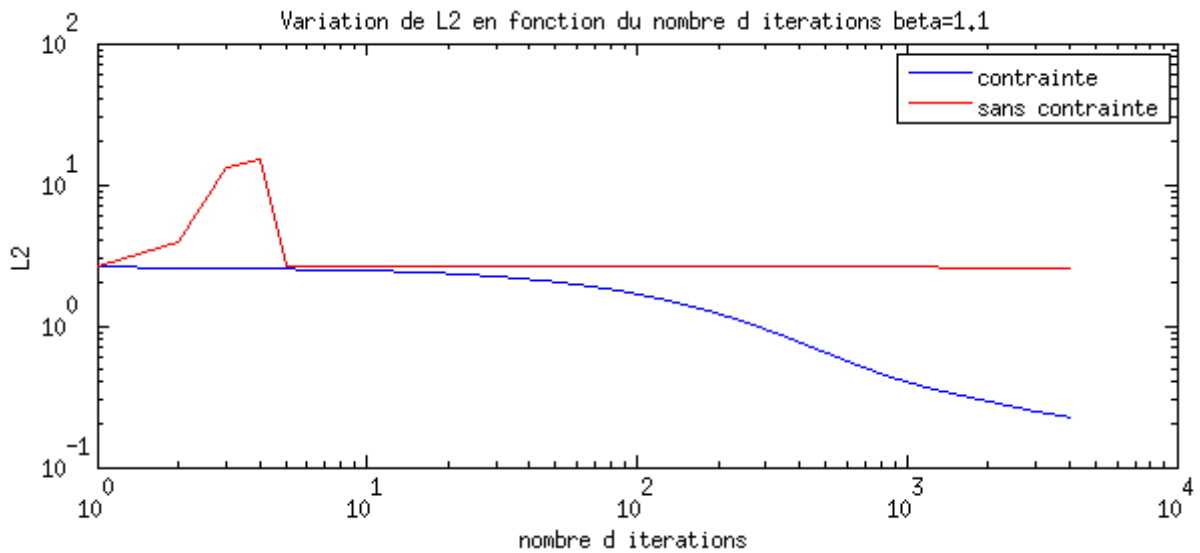


Figure 20: Variation de l'erreur moyenne absolue avec et sans contrainte de positivité

En observant la Figure 21, on a la confirmation que l'estimation est meilleure avec la contrainte de positivité.

**iii. Comparaison des différents noyau estimés en fonction du nombre d'itérations**

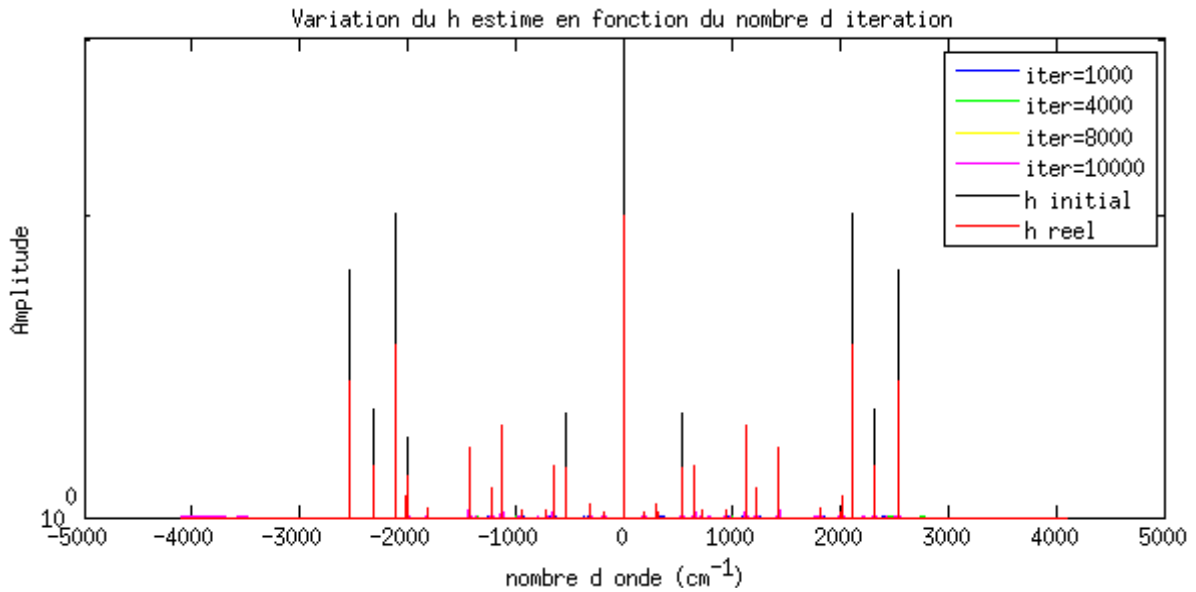


Figure 21: Noyau de perturbation en fonction du nombre d'itérations

Cette simulation à été réalisé avec  $\beta=1,1$ , utilisation d'un pas dichotomique et avec contrainte de positivité. Le noyau de perturbation initial est le même que précédemment, les pics se trouvent à la même position que ceux du spectre réel :

Effectuons un zoom sur les mêmes régions intéressantes que lors des comparaisons de paramètres :

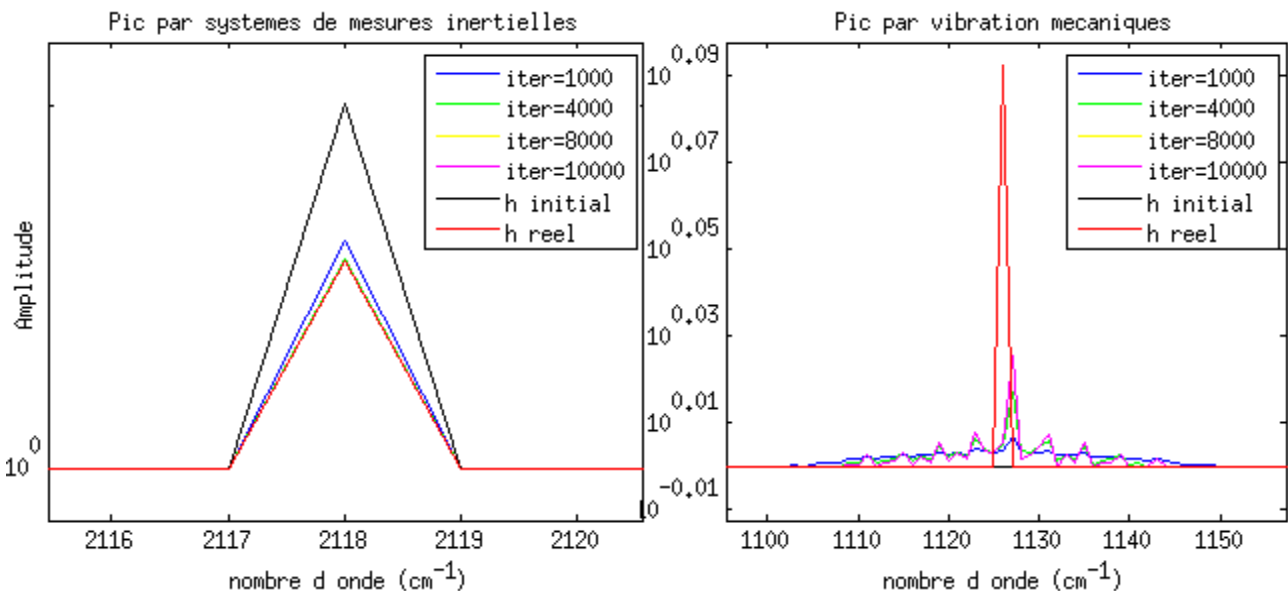


Figure 22: Variation du noyau estimé en fonction du nombre d'itérations

Concernant le pic initialisé, on remarque que la forme est plutôt bonne et l'amplitude tend vers l'amplitude réelle. En revanche, pour le pic non initialisé, le pic estimé se forme avec un décalage de  $1\text{cm}^{-1}$  et on remarque aussi que lorsque que le nombre d'itération augmente, le bruit autour du pic estimé augmente. Pour avoir une bonne estimation du noyau des perturbation, il faudrait trouver un compris entre l'augmentation de l'amplitude et du bruit.

#### iv. Comparaison des différents noyau estimés en fonction du nombre d'itérations avec décalage de $10 \text{ cm}^{-1}$ du noyau initial.

On réalise la même étude que précédemment mais on utilise cette fois un noyau initial ayant un décalage de  $10 \text{ cm}^{-1}$  seulement pour les pics de vibrations.

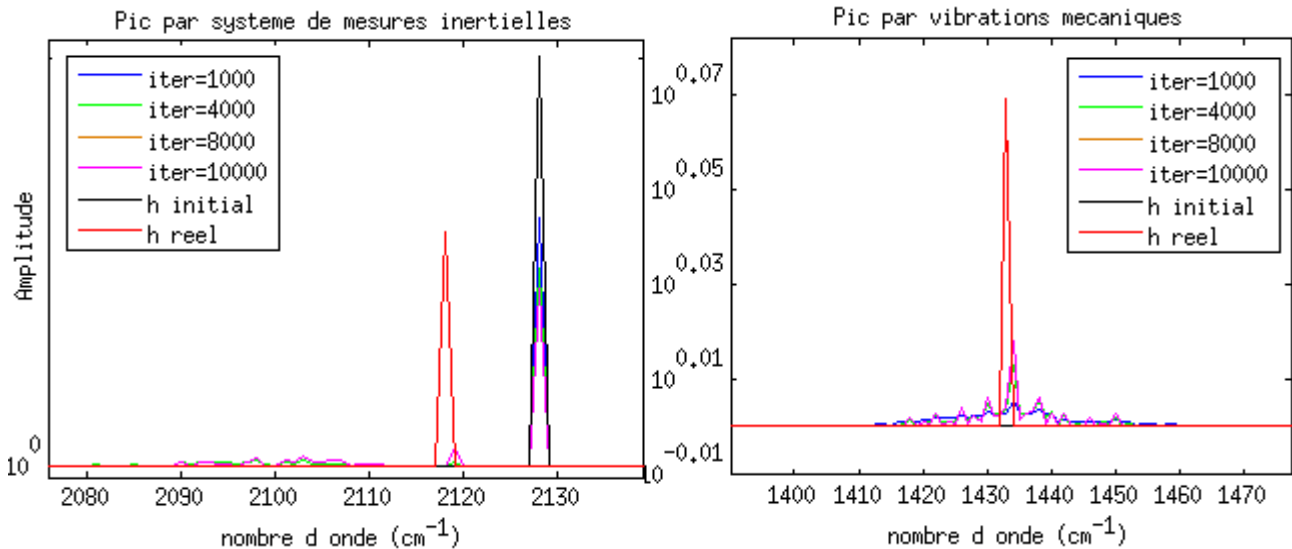


Figure 23: Variation du noyau estimé avec décalage de  $10 \text{ cm}^{-1}$  en fonction du nombre d'itérations

Concernant les pics initialisé avec un décalage, on remarque que lorsque le nombre d'itération augmente, l'amplitude au niveau du pic initialisé diminue et un autre se forme avec un décalage de  $1 \text{ cm}^{-1}$ . On observe aussi l'apparition, à gauche du pic réel, un bruit qui commence à apparaître. Une raison possible de ce phénomène est la distribution de l'énergie du pic qui est en train de diminuer.

Concernant le pic non initialisé, on tire les mêmes conclusion que dans la section précédente.

#### v. Conclusion sur l'estimation du noyau de perturbations

Contrairement à l'estimation du spectre réel par déconvolution simple, la déconvolution du noyau des perturbations restent, malgré les test effectués sur les différents paramètres, difficiles à estimer en raison de sa forme particulière composé uniquement de distribution de diracs.

## Conclusion

L'objectif de ce stage est d'améliorer la calibration du signal mesuré par l'instrument *PFS* installée sur la sonde *Mars Express* soumises à des perturbations tel que les vibrations mécaniques et le comportement non linéaire du détecteur perturbant le signal obtenu. A partir des articles cités ci-après, nous avons montré théoriquement que l'effet de ces perturbations sur le signal mesuré se résume à un produit de convolution entre le spectre réel et un noyau de perturbations. Nous avons ainsi pu réaliser une modélisation du problème direct de l'instrument en créant, à partir du spectre réel, un spectre observationnelle simulé.

Nous avons ensuite utilisé des méthodes de déconvolution, sur le spectre créé afin de corriger les perturbations. Nous avons étudié leurs comportements ainsi que la robustesse de celles-ci. Dans un premier temps, connaissant le noyau des perturbations, on a estimé le spectre réel avec des résultats obtenus plutôt satisfaisant.

En revanche, lorsque l'on a estimé le noyau des perturbations, connaissant le spectre réel, les résultats obtenus sont de moins bonne qualité en raison de la forme spécifique de celui-ci.

On a donc modifié quelques paramètres de ces méthodes de déconvolution, de les comparer et choisir celle qui est la mieux adaptée.

Dans le cadre de travaux futurs sur ce sujet, il est nécessaire d'améliorer les méthodes de déconvolution sur le noyau des perturbations. L'étude des signaux dit « *sparse* » (parcimonieux en français), composé essentiellement de valeurs nulles puis quelquefois de grandes valeurs, pourrait apporter une réelle contribution à notre problème.

Après avoir réalisé ceci, nous pourrions utiliser une méthode de déconvolution aveugle plus performante sur le spectre simulé et à l'avenir sur les données acquises par l'instrument.

Ces 4 mois de stage m'a apporté une vision sur l'organisation et du travail en équipe au sein d'une unité de recherche et les avantages que peuvent apporter une collaboration entre deux laboratoires travaillant dans des domaines différents

## Références bibliographiques

V. Formisano, F. Angrilli, G. Arnold and al. ; *The Planetary Fourier Spectrometer (PFS) onboard the European Mars Express mission*, Planetary and Space Science, Vol.42 963-974, 2005

B. Saggin, L. Comolli, V. Formisano ; *Mechanical disturbances in Fourier spectrometers*, Applied Optics, Vol. 46, No. 22, 2007

L. Comolli, B. Saggin ; *Analysis of disturbances in the Planetary Fourier Spectrometer through numerical modeling*, Planetary and Space Science, Vol.58 894-874, 2010

M. Giuranna, V. Formisano, D. Biondi and al. ; *Calibration of the Planetary Fourier Spectrometer short wavelength channel*, Planetary and Space Science, Vol. 53 975-991, 2005

Site internet de l'Agence Spatiale Européenne : [www.esa.int](http://www.esa.int)

G Demoment, J Idier, J F Giovannelli, A Mohammad-Djafari (2001) Problèmes inverses en traitement du signal et de l'image In: Techniques de l'Ingénieur 1-25 Paris, France: Techniques de l'Ingénieur

## Annexe 1: Résultats de déconvolution aveugle du noyau de perturbation $\hat{h}$

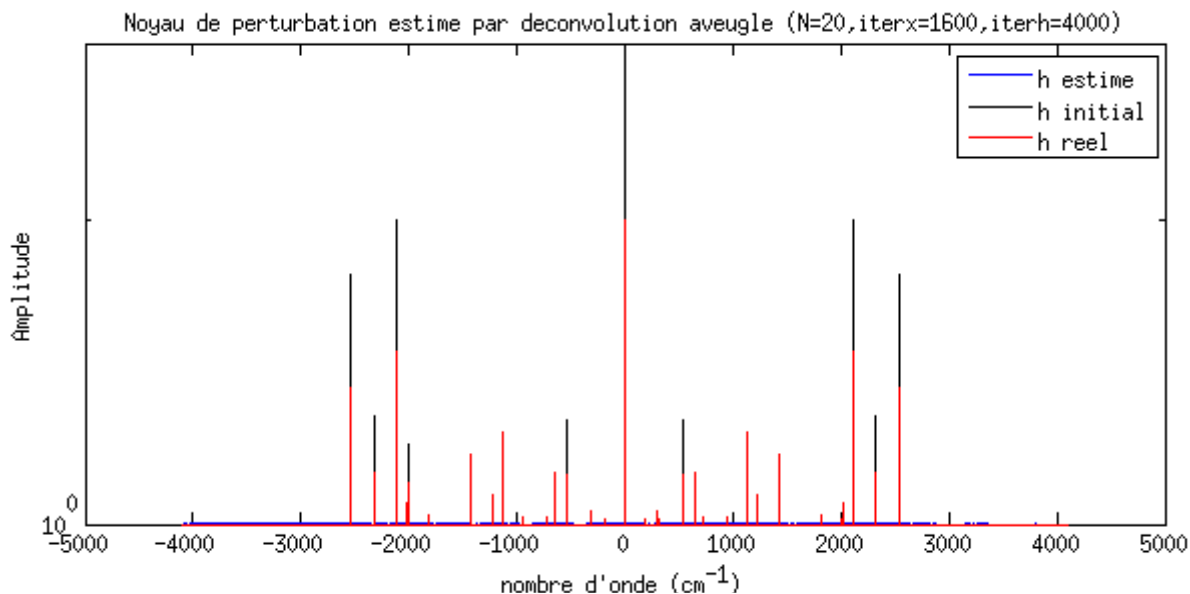


Figure 24: Déconvolution aveugle du noyau de perturbation

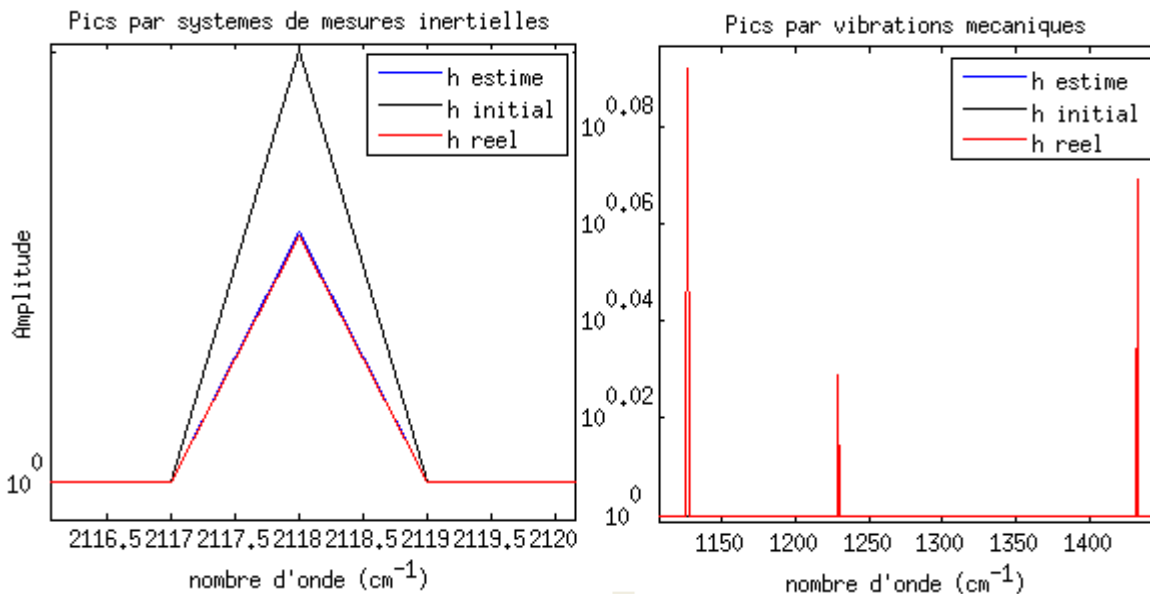


Figure 25: Déconvolution aveugle du noyau de perturbation (zoom)

L'estimation des pics initialisés fonctionnent comme pour la Partie IV. Par contre on obtient des valeurs nulles pour l'estimation des pics non initialisés par vibration mécanique.

## Annexe 2 : Résultats de déconvolution aveugle du spectre estimé $\hat{x}$

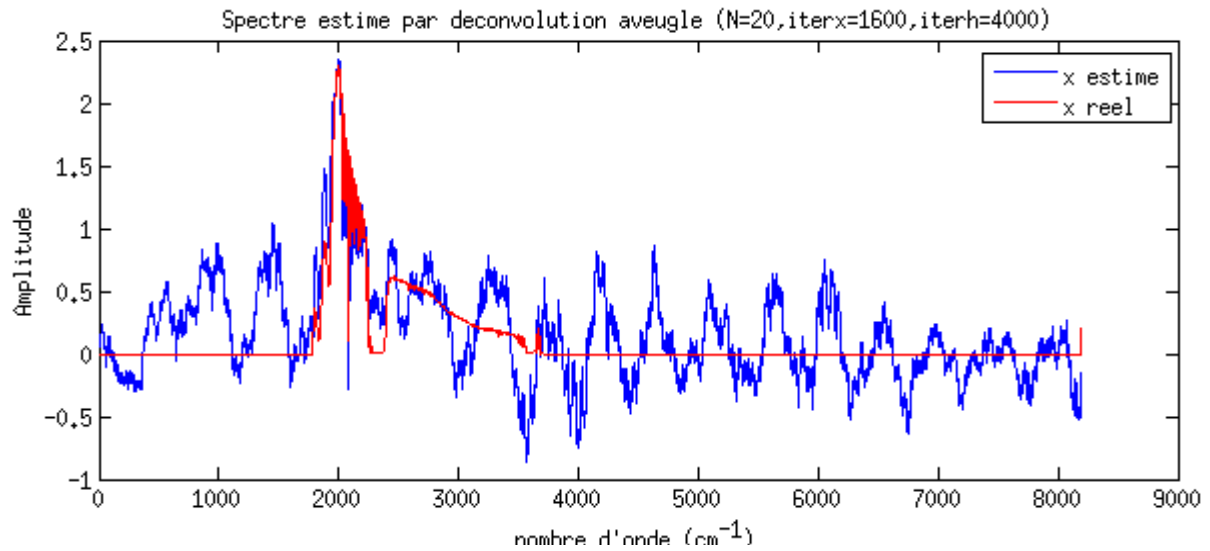


Figure 26: Déconvolution aveugle du spectre réel

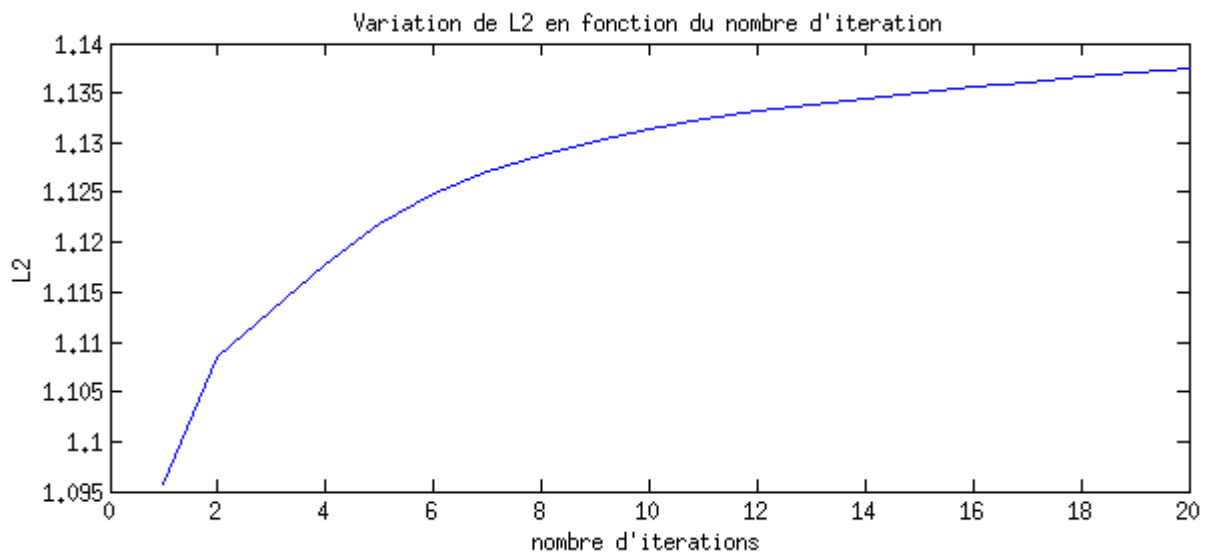


Figure 27: Erreur L2 en fonction du nombre d'itérations

On peut voir que le résultat obtenu de la déconvolution aveugle du spectre estimé n'est pas de bonne qualité. Ceci est confirmé par la Figure 27, où on remarque que L2 augmente avec le nombre d'itérations.